
Diagnostics, Resource and Mechanics
of materials and structures

Editor-in-Chief: **Sergey V. Smirnov**
Deputy Editors-in-Chief: **Sergey V. Gladkovsky**
Deputy Editors-in-Chief: **Evgenii Yu. Prosviryakov**

Editorial Council

Anatoly A. Burenin (Russia)
Irina G. Goryacheva (Russia)
Janez Grum (Slovenia)
Mikhail P. Lebedev (Russia)
Leopold I. Leontiev (Russia)
Evgeny V. Lomakin (Russia)
Valery P. Matveenko (Russia)
Nikolay A. Makhutov (Russia)
Nikita F. Morozov (Russia)
Vladimir V. Moskvichev (Russia)
Sergey V. Panin (Russia)
Vasily M. Fomin (Russia)
Shao Wen-zhu (China)

Editorial Board

Boris V. Artemyev (Moscow)
Vladimir A. Bataev (Novosibirsk)
Aleksandr K. Belyaev (St.-Peterburg)
Vera V. Berezovskaya (Ekaterinburg)
Sergey V. Burov (Ekaterinburg)
Vladimir O. Vaskovsky (Ekaterinburg)
Dmitry I. Vichuzhanin (Ekaterinburg)
Vladimir G. Degtyar (Miass)
Igor G. Emelyanov (Ekaterinburg)
Sergey M. Zadvorkin (Ekaterinburg)
Alexander G. Zalazinsky (Ekaterinburg)
Anatoly V. Kononov (Ekaterinburg)
Vladimir N. Kostin (Ekaterinburg)
Aleksey V. Makarov (Ekaterinburg)
Vladimir A. Mironov (Ekaterinburg)
Radik R. Mulyukov (Ufa)
Vitaly V. Muravyov (Izhevsk)
Aleksandr P. Nichipuruk (Ekaterinburg)
Oleg A. Plekhov (Perm)
Anna M. Povolotskaya (Ekaterinburg)
Nataliya B. Pugacheva (Ekaterinburg)
Igor Yu. Pyshmintsev (Chelyabinsk)
Anatoly B. Rinkevich (Ekaterinburg)
Roman A. Savray (Ekaterinburg)
Alexander S. Smirnov (Ekaterinburg)
Alexander I. Ulyanov (Izhevsk)
Yulia V. Khudorozhkova (Ekaterinburg)

Eelena E. Verstakova, editor of the English translation
Irina M. Tsiklina, editor of Russian texts
Anna V. Garieva, maker-up
Galina V. Torlopova, associate editor
Raul N. Shakirov, site admin

Postal address: Institute of Engineering Science, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 34 Komsomolskaya st., 620049,
Ekaterinburg, Russian Federation
phone: +7 (343) 375-35-83,
fax: +7 (343) 374-53-30
e-mail: dream-journal@mail.ru
<http://dream-journal.org>

Главный редактор: Смирнов Сергей Витальевич, д.т.н.
Заместитель главного редактора: **Сергей Викторович Гладковский, д.т.н.**
Заместитель главного редактора: **Евгений Юрьевич Просвиряков, д.ф.-м.н.**

Редакционный совет:

Буренин Анатолий Александрович, член-корр. РАН, д.ф.-м.н. (Россия)
Горячева Ирина Георгиевна, академик РАН, д.ф.-м.н. (Россия)
Грум Янез, Ph.D., (Республика Словения)
Лебедев Михаил Петрович, член-корр. РАН, д.т.н. (Россия)
Леонтьев Леопольд Игоревич, академик РАН, д.т.н. (Россия)
Ломакин Евгений Викторович, член-корр. РАН, д.ф.-м.н. (Россия)
Матвеев Валерий Павлович, академик РАН, д.т.н. (Россия)
Махутов Николай Андреевич, член-корр. РАН, д.т.н. (Россия)
Морозов Никита Федорович, академик РАН, д.ф.-м.н. (Россия)
Москвичев Владимир Викторович, д.т.н. (Россия)
Панин Сергей Викторович, д.т.н. (Россия)
Фомин Василий Михайлович, академик РАН, д.ф.-м.н. (Россия)
Шао Вэнь-чжу, профессор (Китай)

Редакционная коллегия:

Артемьев Борис Викторович, д.т.н., (Москва)
Батаев Владимир Андреевич, д.т.н. (Новосибирск)
Беляев Александр Константинович, член-корр. РАН, д.ф.-м.н., (Санкт-Петербург)
Березовская Вера Владимировна, д.т.н., (Екатеринбург)
Буров Сергей Владимирович, к.т.н. (Екатеринбург)
Васьковский Владимир Олегович, д.ф.-м.н. (Екатеринбург)
Вичужанин Дмитрий Иванович, к.т.н. (Екатеринбург)
Дегтярь Владимир Григорьевич, академик РАН, д.т.н. (Миасс)
Емельянов Игорь Георгиевич, д.т.н. (Екатеринбург)
Задворкин Сергей Михайлович, к.ф.-м.н. (Екатеринбург)
Залазинский Александр Георгиевич, д.т.н. (Екатеринбург)
Коновалов Анатолий Владимирович, д.т.н. (Екатеринбург)
Костин Владимир Николаевич, д.т.н. (Екатеринбург)
Макаров Алексей Викторович, член-корр. РАН, д.т.н. (Екатеринбург)
Миронов Владимир Александрович, д.м.н. (Екатеринбург)
Мулюков Радик Рафикович, член-корр. РАН, д.ф.-м.н. (Уфа)
Муравьев Виталий Васильевич, д.т.н. (Ижевск)
Ничипурук Александр Петрович, д.т.н. (Екатеринбург)
Плехов Олег Анатольевич, д.ф.-м.н. (Пермь)
Поволоцкая Анна Моисеевна, к.т.н. (Екатеринбург)
Пугачева Наталия Борисовна, д.т.н. (Екатеринбург)
Пышминцев Игорь Юрьевич, д.т.н. (Челябинск)
Ринкевич Анатолий Брониславович, член-корр. РАН, д.ф.-м.н. (Екатеринбург)
Саврай Роман Анатольевич, к.т.н. (Екатеринбург)
Смирнов Александр Сергеевич, к.т.н. (Екатеринбург)
Ульянов Александр Иванович, д.т.н. (Ижевск)
Худорожкова Юлия Викторовна, к.т.н. (Екатеринбург)

Верстакова Елена Евгеньевна – редактор перевода текста на английский язык
Циклина Ирина Михайловна – редактор текста
Гариева Анна Валерьевна – верстальщик текста
Торлопова Галина Викторовна – помощник редактора
Шакиров Рауль Нурувич, к.т.н. – администратор сайта журнала

Адрес редакции:

Россия, 620049, г. Екатеринбург, ул. Комсомольская, д. 34., ИМАШ УрО РАН
телефон: +7 (343) 375 35 83, факс +7 (343) 374-53-30
e-mail: dream-journal@mail.ru
<http://dream-journal.org>

CONTENTS

Nikolaev A. L. Short-range ordering in Fe-Cr alloys irradiated with electrons at low temperatures and Cr solubility in α -iron near 270 K	6
Chumaevsky A. V., Panfilov A. O., Knyazhev E. O., Zykova A. P., Gusarova A. V., Kalashnikov K. N., Vorontsov A. V., Savchenko N. L., Nikonov S. Yu., Cheremnov A. M., Rubtsov V. E. and Kolubaev E. A. Production of gradient intermetallic layers based on aluminum alloy and copper by electron-beam additive technology	19
Ksenofontov D. G. and Kostin V. N. Implementation of digital methods to analyze eddy-current signals based on the E14-440 module	32
Valov I. I. Studying the process of pulsed loading of a water-filled cylindrical container	37
Nikitin A. V., Mikhaylov A. V., Gobov Yu. L. and Popov S. E. Determination of the surface of defect location and restoration of its geometric parameters by the MFL method with one-sided access to the ferromagnetic plate	45
Kazakov A. L. and Spevak L. F. On the construction of a heat wave generated by a boundary condition on a moving border	54
Kuleev V. G. The effect of direct current in a steel rod on the switching field dependence of magnetic permeability	68

СОДЕРЖАНИЕ

Николаев А. Л. Ближнее упорядочение в облученных электронами при низких температурах сплавах Fe-Cr и растворимости хрома в α -железе вблизи 270 К	6
Чумаевский А. В., Панфилов А. О., Княжев Е. О., Зыкова А. П., Гусарова А. В., Калашников К. Н., Воронцов А. В., Савченко Н. Л., Никонов С. Ю., Черемнов А. М., Рубцов В. Е., Колубаев Е. А. Получение градиентных интерметаллидных слоев на основе алюминиевого сплава и меди методом электронно-лучевой аддитивной технологии	19
Ксенофонтов Д. Г., Костин В. Н. Реализация цифровых методов анализа вихретоковых сигналов на базе модуля E14-440	32
Валов И. И. Исследование процесса импульсного нагружения цилиндрической емкости, заполненной водой	37
Никитин А. В., Михайлов А. В., Гобов Ю. Л., Попов С. Э. Определение локализации дефекта, а также восстановление методом MFL его геометрических параметров при одностороннем доступе к ферромагнитной пластине	45
Казаков А. Л., Спевак Л. Ф. О построении тепловой волны, порожденной краевым режимом на подвижной границе	54
Кулеев В. Г. О влиянии постоянного тока в стальном стержне на зависимость магнитной проницаемости от перемещающегося поля	68

Received: 06.10.2021

Revised: 06.12.2021

Accepted: 24.12.2021

DOI: 10.17804/2410-9908.2021.6.006-018

SHORT-RANGE ORDER IN Fe-Cr ALLOYS IRRADIATED WITH ELECTRONS AT LOW TEMPERATURES AND Cr SOLUBILITY IN α -IRON NEAR 270 K

A. L. Nikolaev

*M.N. Miheev Institute of Metal Physics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences,
18 S. Kovalevskoy St., Ekaterinburg, 620108, Russian Federation*

 <https://orcid.org/0000-0002-0858-9820>  nikolaev@imp.uran.ru

Corresponding author. E-mail: nikolaev@imp.uran.ru

Address for correspondence: ul. S. Kovalevskoy, 18, Ekaterinburg, 620108, Russian Federation
Tel.: +7 (343) 378 3850

Chromium has limited solubility in α -iron. It is shown that unsaturated Fe-Cr alloys should demonstrate short-range ordering (i.e. tendency to neighboring of Fe and Cr atoms). The type of short-range ordering in several Fe-Cr alloys is revealed from the data on the recovery of residual electrical resistivity after low temperature electron irradiation at sufficiently low temperatures. The combined consideration of the data on short-range ordering and chromium solubility at 570 K (Scr. Mater. 2014 v. 74, p. 48 and ibid 2016 v. 122, p. 31) gives the confidence interval for the solubility limit near 270 K equal to 8.8 ± 0.4 at. % Cr.

Keywords: Fe-Cr alloys, Cr solubility limit in α -iron, electron irradiation, recovery of residual electrical resistivity, short-range ordering.

Acknowledgment

The research was carried out under a state assignment from the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (theme Function, No. AAAA-A19-119012990095-0).

References

1. Bachhav Mukesh, Odette G. Robert, Marquis Emmanuelle A. α' precipitation in neutron-irradiated Fe-Cr alloys. *Scripta Materialia*, 2014, vol. 74, pp. 48–51. DOI: 10.1016/j.scriptamat.2013.10.001.
2. Tissot O., Pareige C., Meslin E., Decamps B., Henry J. Kinetics of α' precipitation in an electron-irradiated Fe15Cr alloy. *Scripta Materialia*, 2016, vol. 122, pp. 31–35. DOI: 10.1016/J.SCRIPTAMAT.2016.05.021.
3. Mirebeau I., Hennion M., Parette G. First measurement of short-range-order inversion as a function of concentration in a transition alloy. *Phys. Rev. Letters*, 1984, vol. 53, iss. 7, pp. 687–690. DOI: 10.1103/PHYSREVLETT.53.687.
4. Filippova N.P., Shabashov V.A., Nikolaev A.L. Mössbauer Study of Irradiation-Accelerated Short-Range Ordering in Binary Fe-Cr Alloys. *Physics of Metals and Metallography*, 2000, vol. 90, No. 2, pp. 145–152.
5. Dimitrov C., Dimitrov O. Composition dependence of defect properties in electron-irradiated Fe-Cr-Ni solid solutions. *J. Phys. F: Met. Phys.*, 1984, vol. 14, pp. 793–811. DOI: 10.1088/0305-4608/14/4/005.

6. Vaessen P., Lengeler B., Shilling W. Recovery of electrical resistivity in electron-irradiated concentrated silver-zinc alloys. *Rad. Effects*, 1984, vol. 81, pp. 277–292. DOI: 10.1080/00337578408206075.
7. Ruban A.V., Korzhavyi P.A., Johansson B. First-principles theory of magnetically driven anomalous ordering in bcc Fe-Cr alloys. *Phys. Rev. B*, 2008, vol. 77, iss 9, pp. 094436. DOI: 10.1103/PHYSREVB.77.094436.
8. Kohl W., Scheffel R., Heidsiek H., Lucke K. Investigation of the kinetics of short-range order formation and quenched-in vacancy annihilation in Au-15 at. % Ag by resistivity measurements. *Acta metall.*, 1983, vol. 31, No. 11, pp. 1895–1908. DOI: 10.1016/0001-6160(83)90135-9.
9. Nikolaev A.L. Specificity of stage III in electron-irradiated Fe-Cr alloys. *Phil. Mag.*, 2007, vol. 87, No. 31, pp. 4847–4874. DOI: 10.1080/14786430701468977.
10. Nikolaev A. L. Difference approach to the analysis of resistivity recovery data for irradiated short-range ordered alloys. *Phil. Mag.*, 2009, vol. 89, No. 12, pp. 1017–1033. DOI: 10.1080/14786430902835651.
11. Nikolaev A. L. Recovery of electrical resistivity, short-range order formation and migration of defects in electron-irradiated Fe-4Cr alloy doped with carbon. *Phil. Mag.*, 2011, vol. 91, No. 6, pp. 879–898. DOI: 10.1080/14786435.2010.534740.
12. Maury F., Lucasson P., Lucasson A., Faudot F., Bigot J. A study of irradiated FeCr alloys: deviations from Matthiessen's rule and interstitial migration. *J. Phys. F: Met. Phys.*, 1987, vol. 17, pp. 1143–1165. DOI: 10.1088/0305-4608/17/5/014.
13. Nikolaev A.L. Stage I of recovery in 5 MeV electron-irradiated iron and iron-chromium alloys: the effect of small cascades, migration of di-interstitials and mixed dumbbells. *J. Phys.: Condens. Matter.*, 1999, vol. 11 (44), pp. 8933–8644. DOI: 10.1088/0953-8984/11/44/302.

Подана в журнал: 06.10.2021
УДК 539.12.043:620.192.63
DOI: 10.17804/2410-9908.2021.6.006-018

БЛИЖНИЙ ПОРЯДОК В ОБЛУЧЕННЫХ ЭЛЕКТРОНАМИ ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ СПЛАВАХ Fe-Cr И РАСТВОРИМОСТИ ХРОМА В α -ЖЕЛЕЗЕ ВБЛИЗИ 270 К

А. Л. Николаев

*Институт физики металлов Уральского отделения Российской академии наук, имени М.Н.Михеева,
д. 18, ул. С.Ковалевской, Екатеринбург, Российская Федерация*

 <https://orcid.org/0000-0002-0858-9820>  nikolaev@imp.uran.ru

Ответственный автор. Электронная почта: nikolaev@imp.uran.ru
Адрес для переписки: ул. С. Ковалевской, 18, Екатеринбург, Российская Федерация
Тел.: +7 (343) 378–38–50

Хром имеет ограниченную растворимость в α -железе. Ненасыщенные сплавы Fe-Cr должны демонстрировать ближнее упорядочение (БУ) по типу порядка. Из данных по возврату остаточного электросопротивления после низкотемпературного облучения электронами высоких энергий установлен тип БУ в ряде сплавов Fe-Cr при достаточно низких температурах. Совместное рассмотрение данных по БУ и пределу растворимости Cr при 570 К (Scr. Mater. 2014 v. 74, p. 48 и *ibid* 2016 v. 122, p. 31) позволяют установить доверительный интервал для предела растворимости вблизи 270 К, равный $8,8 \pm 0,4$ ат. % Cr.

Ключевые слова: сплавы Fe-Cr, предел растворимости Cr в α -железе, облучение электронами, возврат остаточного электросопротивления, ближнее упорядочение.

1. Введение

Богатые по железу сплавы Fe-Cr являются основой для множества ферритных и ферритно-мартенситных нержавеющей сталей, которые широко используются в промышленности, включая применение в ядерных реакторах благодаря хорошим механическим свойствам, химической стойкости и высокой устойчивости к вакансионному распуханию. Растворимость хрома в α -железе является ограниченной. Из-за этого ограничения высокохромистые (выше ~ 17 – 18 ат. % Cr) сплавы и стали имеют тенденцию к расслоению на богатые по железу (α -фаза) и хрому (α' -фаза) компоненты, что приводит к охрупчиванию. Это охрупчивание впервые наблюдалось при старении при 475 °С и известно как «хрупкость при 475 °С». Это явление серьезно ухудшает механические свойства высокохромистых сплавов и ферритных сталей. Однако это ухудшение может происходить и в сплавах, и сталях с более низким содержанием хрома (~ 12 – 13 ат. % Cr), и при более низких температурах при их использовании в ядерных реакторах, где миграция неравновесных дефектов, возникающих при облучении нейтронами, ускоряет процессы диффузии и фазовых превращений при температурах, существенно ниже 750 К (475 °С), и концентрациях хрома, близких к пределу растворимости.

Чтобы понимать поведение расслаивающихся сплавов, необходимо знать предел растворимости хрома C^s , включая его значения при достаточно низких температурах. В последние годы в ряде работ была экспериментально определена растворимость хрома в α -железе вблизи 570 К [1, 2]. В этих работах пересыщенный твердый раствор сплавов Fe-Cr доводили практически до полного распада и равновесную концентрацию хрома в обедненной матрице (предел растворимости) измеряли с помощью атомно-зондовой томографии. Атомная подвижность вблизи 570 К была чрезвычайно низкой и чтобы ускорить ее с помо-

щью миграции неравновесных дефектов, применяли облучение нейтронами и электронами высоких энергий.

Однако при температурах, существенно ниже 570 К, рекомбинация неравновесных дефектов увеличивается на много порядков и способность облучения ускорять распад твердого раствора резко падает. Поэтому подход [1, 2] реализовать не удастся. Тем не менее, даже при температурах существенно ниже 570 К мигрирующие радиационные дефекты способны ускорять процессы ближнего упорядочения (БУ). В системе Fe-Cr существует два типа БУ [3] – БУ по типу порядка (далее просто ближний порядок – БП) и БУ по типу расслоения (далее просто ближнее расслоение – БР). При низких концентрациях хрома наблюдается БП, а при концентрации чуть ниже 10 ат. % Cr (C_{Cr}^{inv}) происходит переход к БР, т. е. имеет место инверсия типа БУ. Этот концентрационный переход наблюдали как при термических отжигах в интервале 700–900 К [3], так и после облучения электронами при 370–420 К [4].

Очевидно, что образование обогащенных по хром кластеров (зародышей α' -фазы) возможно только при условии, что соседство какого-либо атома Cr с другими атомами Cr является энергетически выгодным. С точки зрения БУ это означает, что в распадающихся (пересыщенных) сплавах должно происходить БР. Отсюда следует, что при концентрациях хрома ниже C_{Cr}^{inv} твердый раствор является устойчивым относительно расслоения на α - и α' -фазы, так как стремление атомов хрома соседствовать с атомами железа (что происходит при БП) не совместимо с зарождением обогащенных по хром кластеров (зародышей α' -фазы). Поэтому C_{Cr}^{inv} является либо пределом растворимости, либо по крайней мере его нижней оценкой, т. е. $C_{Cr}^{inv} \leq C^s$.

В работе [3] показано, что процессы БУ разного типа по-разному влияют на изменение остаточного электрического сопротивления (ОЭС): БП увеличивает ОЭС, а БР уменьшает ОЭС. Это дает возможность определять тип БУ с помощью измерений ОЭС.

Хорошо известно, что возврат ОЭС в концентрированных сплавах в процессе ступенчатого изохронного отжига после облучения частицами высоких энергий при низких температурах сопровождается БУ, ускоренным дальней миграцией радиационных дефектов [5, 6]. Это приводит к появлению в возврате ОЭС соответствующего вклада, вызванного БУ, $\Delta\rho^{SRO}(T)$ ¹.

В сплавах Fe-Cr $\Delta\rho^{SRO}(T)$ ведет себя по-разному в зависимости от типа БУ: в случае БП $\Delta\rho^{SRO}(T)$ является положительным и увеличивается с ростом температуры отжига, а в случае БР $\Delta\rho^{SRO}(T)$ является отрицательным и уменьшается с ростом температуры отжига. Поэтому информация как о протекании БУ, так и об его типе может быть получена из данных по возврату ОЭС. Соответственно, если $\Delta\rho^{SRO} > 0$, то исследуемый твердый раствор однозначно является ненасыщенным, т. е. концентрация хрома в этом случае ниже C^s . В противоположном случае ($\Delta\rho^{SRO} < 0$) никаких однозначных выводов не может быть сделано, так как наличие БР является необходимым, но не достаточным условием расслоения на α - и α' -фазы. Поэтому из данных по возврату ОЭС можно получить только нижнюю оценку предела растворимости C_L^s , т. е. $C_L^s < C_{Cr}^{inv} \leq C^s$.

Формально значения концентрации хрома, полученные в работах [1, 2] для обедненной матрицы (8,9±0,2 и 8,7±0,5 ат. %) после длительного старения при 570 К, соответствуют пересыщенному твердому раствору и являются верхней оценкой предела растворимости C_H^s (570 К) (хотя и очень близкой к истинному значению последнего при 570 К), так как до-

¹ Индекс «SRO» от англ. short-range order; более подробно $\Delta\rho^{SRO}(T)$ обсуждается далее в разд. 2.

стижение точной равновесной концентрации при старении требует бесконечного времени. Это означает, что и при более низких температурах величина C_H^S (570 K) также соответствует пересыщенному твердому раствору и является верхней оценкой предела растворимости.

Сопоставление значений C_L^S и C_H^S (570 K) дает доверительный интервал для значений предела растворимости C^S при температурах, где возможно определение типа БУ по данным возврата ОЭС, т. е. $C_L^S < C^S < C_H^S$ (570 K). C^S может только уменьшаться с понижением температуры, и температурная зависимость $C^S(T)$ определяет минимальную ширину доверительного интервала при температуре T , равную C_H^S (570 K) – $C^S(T)$. Из теоретических соображений [7] следует, что температурная зависимость $C^S(T)$ должна быть слабой. Поэтому ширина доверительного интервала (величина погрешности определения C^S) будет, в основном, определяться разностью $(C_L^S - C^S)$ примерно равной $C_L^S - C_H^S$ (570 K). Таким образом, задачу по определению предела растворимости с разумной погрешностью можно свести к определению типа БУ в сплаве с концентрацией хрома, немного ниже значений, найденных для C_H^S (570 K) в работах [1–2]. Решение именно такой задачи является целью данной работы. Однако оказалось, что указанная задача для подобного сплава просто не решается. Поэтому в работе дополнительно исследовали БУ еще в трех сплавах Fe-Cr, чтобы понять, как можно определить тип БУ в интересующем нас сплаве.

2. Миграция неравновесных дефектов, БУ и изменение ОЭС в концентрированных сплавах

2.1. Возврат ОЭС и БУ в концентрированных сплавах при отжиге после облучения электронами при низких температурах

При низких температурах дефекты неподвижны. Поэтому облучение электронами при низких температурах приводит к накоплению дефектов в виде пар Френкеля, состоящих из вакансии и собственного междоузельного атома (СМА). Накопление дефектов (пар Френкеля) приводит к росту ОЭС, а их концентрация определяет величину исходного прироста ОЭС $\Delta\rho_0^d$, где индекс « d » означает, что прирост обусловлен дефектами. Прирост определяется из соотношения $\Delta\rho_0^d = \rho_{irr} - \rho_0$, где ρ_0 и ρ_{irr} значения ОЭС сплава до и после облучения соответственно.

Стандартная процедура исследования возврата ОЭС предполагает, что облученные образцы подвергают ступенчатому изохронному отжигу, т.е. в процессе отжига ступенчато повышают температуру отжига с шагом ΔT и выдерживают на каждой ступени одинаковое время Δt . После отжига на каждой ступени образец погружают в жидкий гелий для измерения ОЭС и определяют текущий прирост ОЭС после отжига при температуре T , $\Delta\rho(T) = \rho(T) - \rho_0$, где $\rho(T)$ – текущее значение ОЭС после отжига при температуре T . Допускается изменение шага отжига, но скорость нагрева $\Delta T / \Delta t$ должна оставаться постоянной.

По результатам ступенчатого отжига получают температурную зависимость восстановления ОЭС $R(T) = \Delta\rho(T) / \Delta\rho_0^d$. Величину $R(T)$ часто называют возвратом ОЭС. Если $\Delta\rho(T)$ целиком обусловлено присутствием дефектов, то $R(T)$ указывает на долю выживших дефектов после отжига при температуре T .

При повышении температуры после облучения дефекты приобретают некоторую подвижность, степень которой определяется величиной температуры, и начинают взаимодействовать друг с другом. Первыми начинаются процессы так называемой ближней миграции, которая приводит к взаимной рекомбинации вакансий и СМА из одной и той же пары Френ-

кея. Нам эти процессы не интересны, так как они никак не влияют на БУ и приводят к простому уменьшению концентрации дефектов и $R(T)$.

При более высоких температурах начинается дальняя миграция дефектов, то есть миграция на расстояния порядка и больше расстояния между отдельными парами Френкеля, и начинается взаимодействие между дефектами из разных пар Френкеля. При этих температурах миграция дефектов начинает влиять на процессы БУ. БУ является диффузионно-контролируемым явлением, то есть для его протекания требуется диффузионное перемешивание твердого раствора. Степень перемешивания определяется общим числом прыжков всех подвижных дефектов, приходящихся на один атом. Заметное влияние БУ на ОЭС начинается тогда, когда число прыжков дефектов приближается к величине около 1 прыжка/атом [8]. Именно такое число прыжков дефектов набирается при отжигах в начале дальней миграции. При ближней миграции, общее число прыжков дефектов всегда много меньше единицы.

В результате дальней миграции начинаются процессы БУ, которые изменяют ОЭС самого сплава (без учета вклада от дефектов), т. е. $\rho_0(T) = \rho_0 + \Delta\rho^{SRO}(T)$, где $\rho_0(T)$ – значение ОЭС самого сплава после отжига при температуре T , а $\Delta\rho^{SRO}(T)$ – изменение ОЭС, обусловленное БУ. В силу традиций, изменение ОЭС сплава при отжиге после облучения не рассматривается, а поправка $\Delta\rho^{SRO}(T)$ включается в текущий прирост ОЭС $\Delta\rho(T)$. В результате, $\Delta\rho(T)$ оказывается состоящим из двух компонентов (вкладов), один из которых обусловлен присутствием дефектов ($\Delta\rho^d(T)$), а второй является результатом БУ ($\Delta\rho^{SRO}(T)$), т.е. $\Delta\rho(T) = \Delta\rho^d(T) + \Delta\rho^{SRO}(T)$. Соответственно, возврат ОЭС записывается как $R(T) = \Delta\rho^d(T) / \Delta\rho_0^d + \Delta\rho^{SRO}(T) / \Delta\rho_0^d = R^d(T) + R^{SRO}(T)$ и также состоит из двух вкладов (компонентов), обусловленных дефектами и БУ. Нужно иметь в виду, что $\Delta\rho^d(T)$ всегда является положительной величиной, а $\Delta\rho^{SRO}(T)$ может быть как положительной, так и отрицательной.

Из сказанного выше следует, что для решения задачи, поставленной во введении, необходимо решить две следующих проблемы: а) как определить температуру (T^{SRO}), выше которой в возврате $R(T)$ появляется компонента $R^{SRO}(T)$; б) как при температурах выше T^{SRO} определить знак компоненты $R^{SRO}(T)$. В следующем разделе мы покажем, что упомянутые проблемы решаются путем сравнения кривых $R(T)$, полученных в подобных образцах с различной исходной концентрацией дефектов или, другими словами, с различными приростами ОЭС $\Delta\rho_0^d$. В свете сказанного выше, очевидно, что ниже T^{SRO} определить какие-либо характеристики БУ и, соответственно, растворимость хрома не представляется возможным.

2.2 Сравнение возврата ОЭС в подобных образцах с различной концентрацией дефектов

Известно [8], что $\Delta\rho^{SRO}$ является функцией числа прыжков всех подвижных дефектов N^d .² Изменение $\Delta\rho^{SRO}(T)$ при отжиге на каждой i -й ступени (при температуре T_i) равно $\Delta\rho^{SRO}(T_i) - \Delta\rho^{SRO}(T_{i-1})$, где $\Delta\rho^{SRO}(T_i)$ значение $\Delta\rho^{SRO}(T)$ после отжига при температуре T_i – мало и с хорошей точностью прямо пропорционально $N^d(T_i)$, т. е. числу прыжков дефектов, совершенных при отжиге на данной ступени при T_i . При нормировке $\Delta\rho^{SRO}(T_i) - \Delta\rho^{SRO}(T_{i-1})$

² Измеряется числом прыжков, приходящихся на 1 атом.

на $\Delta\rho_0^d$, которое пропорционально исходной концентрации дефектов C_0^d , получаемая разность $\Delta R^{SRO}(T_i) = R^{SRO}(T_i) - R^{SRO}(T_{i-1})$ будет пропорциональна $N^d(T_i)/C_0^d$, т. е. среднему числу прыжков дефектов на данной ступени, приходящемуся на один исходный дефект. Так как в течение отжига сохраняется пропорциональность между текущей и исходной концентрациями дефектов, то величина $\Delta R^{SRO}(T_i)$ оказывается также пропорциональной среднему числу прыжков одного дефекта на данной ступени отжига³, т. е. $\Delta R^{SRO}(T_i) \sim n^d(T_i)$, где $n^d(T_i)$ есть среднее число прыжков одного дефекта при отжиге на данной ступени при T_i .

Известно, что в процессе отжига после низкотемпературного облучения дефекты взаимодействуют преимущественно друг с другом. Поэтому средний пробег (среднее число прыжков) одного дефекта на каждой ступени отжига определяется вероятностью его встречи с другими дефектами, которая обратно пропорциональна как текущей, так и исходной концентрациям дефектов. Для наших рассуждений важна обратная пропорциональность исходной концентрации дефектов, т.е. $\Delta R^{SRO}(T_i) \sim n^d(T_i) \sim 1/C_0^d$. Отсюда следует, что абсолютная величина $|\Delta R^{SRO}(T_i)|$ уменьшается с увеличением исходной концентрации дефектов. Если рассматривать два подобных образца с разной концентрацией дефектов, высокой (H) и низкой (L), то всегда справедливо соотношение $|\Delta R_L^{SRO}(T_i)| > |\Delta R_H^{SRO}(T_i)|$.

Величина $R^{SRO}(T)$ после отжига на ступени при данной температуре T есть сумма всех $\Delta R^{SRO}(T_i)$ на предшествующих ступенях отжига, включая $\Delta R^{SRO}(T)$ на последней ступени, т. е.

$$R^{SRO}(T) = \sum_{i=1}^{T_i=T} \Delta R^{SRO}(T_i) \quad (1)$$

и на каждой ступени $|\Delta R_L^{SRO}(T_i)| > |\Delta R_H^{SRO}(T_i)|$. В результате $|R_L^{SRO}(T)| > |R_H^{SRO}(T)|$ и разница между $|R_L^{SRO}(T)|$ и $|R_H^{SRO}(T)|$ растет с увеличением температуры.

На языке графиков увеличение разницы означает, что зависимости $R_H^{SRO}(T)$ и $R_L^{SRO}(T)$ начинают рост по абсолютной величине с нуля при температуре T^{SRO} и далее расходятся с ростом температуры отжига. Если другие компоненты возврата ОЭС в H - и L -образцах $R_H^d(T)$ и $R_L^d(T)$ различаются слабо, то расхождение $R_H^{SRO}(T)$ и $R_L^{SRO}(T)$ приводит к расхождению зависимостей $R_H(T)$ и $R_L(T)$. Таким образом, температура появления компоненты $R^{SRO}(T)$ в $R(T)$ легко определяется по началу расхождения зависимостей $R_H(T)$ и $R_L(T)$. Знак $R^{SRO}(T)$ без проблем определяется по порядку расхождения. Если $R^{SRO}(T) > 0$, то кривая $R_L(T)$ проходит выше кривой $R_H(T)$. Если $R^{SRO}(T) < 0$, то, соответственно, кривая $R_L(T)$ проходит ниже кривой $R_H(T)$.

Именно такую описанную выше картину расхождения кривых возврата ОЭС вследствие БУ, ускоренного дальней миграцией радиационных дефектов, наблюдали в облученном электронами аустенитном сплаве Fe-16Cr-20Ni [6] (рис. 1). Порядок расхождения соответствует $R^{SRO}(T) > 0$, который увеличивается с ростом температуры отжига. Скорость роста

³ Получается при нормировке общего числа прыжков всех дефектов на ступени на текущую концентрацию дефектов в начале этой ступени.

$R^{SRO}(T)$ оказывается много больше скорости спада $R^d(T)$, в результате чего наблюдается рост $R(T)$ при отжиге после облучения. Далее мы попытаемся получить и использовать расходящиеся зависимости $R_H(T)$ и $R_L(T)$ в наших сплавах для решения поставленной задачи. Необходимо только иметь в виду, что в Fe-Cr $R^{SRO}(T)$ по отношению к $R^d(T)$ примерно в 30 раз меньше чем в Fe-16Cr-20Ni [9]. Поэтому закономерности расхождения $R(T)$, легко выявляемые в Fe-16Cr-20Ni, могут потребовать определенных усилий для своего выявления в Fe-Cr.

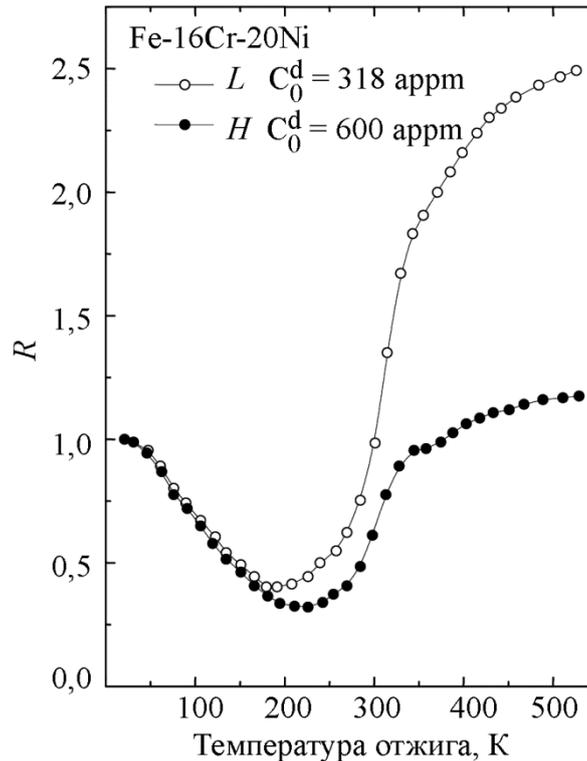


Рис. 1. Кривые восстановления ОЭС в образцах аустенитного сплава Fe-16Cr-20Ni после облучения 2,5 МэВ электронами при 21 К до различных концентраций радиационных дефектов согласно [5]

3. Методика и характеристики образцов

В настоящей работе использовали образцы четырех бинарных сплавов Fe-Cr: Cr4 (3,8 ат. % Cr), Cr6 (6 ат. % Cr), Cr9 (8,8 ат. % Cr) и Cr11 (10,8 ат. % Cr). Образцы готовили в дуговой печи переплавом на медном водоохлаждаемом поду спрессованных порошков высококочистого карбонильного железа и электролитического хрома. Концентрацию хрома задавали взвешиванием навесок с последующим контролем после переплава методом рентгеновского флуоресцентного анализа. Основные примеси – Ni (100 appm) и N (70 appm, в Cr6 – 140 appm), а содержание остальных примесей менее 2 appm. Детали приготовления и аттестации сплавов можно найти в [9].

Слитки раскатывали в фольги, из которых вырезали 4-контактные образцы для измерения ОЭС с размером измерительной части $4 \times 1,3 \times 0,06$ мм³. Затем образцы отжигали в «безмасляном» (свободном от углеводородов) вакууме 10^{-4} Па при 1100 К в течение 4 ч.

Измерения ОЭС проводили с помощью цифрового нановольтметра В2-39 (разрешение 1 нВ) и источника постоянного тока П-320 при измерительном токе 100 мА в жидком гелии. Относительная точность измерений составляла $\sim 10^{-5}$. Образцы облучали электронами с энергией 5 МэВ в проточном гелиевом криостате при температуре ниже 77 К. Для каждого сплава имелось по два образца (*H*- и *L*-), которые облучались до «высоких» ($\sim 2,2$ – $2,4$ мкОм·см) и «низких» ($\sim 0,4$ – $0,6$ мкОм·см) приростов ОЭС. После облучения образцы, не отогревая выше 77 К, переносили в устройство для отжига и измерения ОЭС в жидком гелии.

Далее проводили ступенчатые отжиги с шагом от 5 К до 10 К. Однако, дальнейший анализ показал, что *H*-образцы (т. е. которые облучались длительное время) в процессе облучения кратковременно (на несколько секунд или десятков секунд) перегревались до ~ 125 К. Поэтому данные по возврату ОЭС для *H*- и *L*-образцов обрабатывали немного по-разному. Данные для *L*-образцов обрабатывали обычным способом: текущие приросты ОЭС нормировали на приросты ОЭС после отжига при 90 К. По крайней мере до 170–180 К возврат ОЭС не зависит от прироста ОЭС. Поэтому возврат ОЭС в *H*-образцах приравнивали к возврату в *L*-образцах при 135 К и таким образом «сшивали» данные для *H*- и *L*-образцов. Соответственно, данные по возврату ОЭС для *H*-образцов приводятся, начиная только со 135 К. Более подробное описание процедур облучения, измерения ОЭС и проведения ступенчатых отжигов можно найти в [9].

4. Результаты и обсуждение

На рис. 2 показаны зависимости восстановления ОЭС при отжиге после низкотемпературного облучения для четырех *L* – *H* пар образцов сплавов Cr4, Cr6, Cr9 и Cr11. Видно, что, в целом, картина расхождения кривых заметно отличается от таковой в Fe-Cr-Ni.

В сплавах 4Cr и 9Cr заметного расхождения не наблюдается вообще. В Cr6 и Cr11 наблюдается расхождение кривых возврата ОЭС с началом при 225 К и 195 К, соответственно, в общем, аналогичное расхождению кривых в сплаве Fe-16Cr-20Ni. Порядок расхождения в Cr6 и Cr11 противоположный и соответствует БП в Cr6 и БР в Cr11. В Cr11 выше 245 К наблюдается падение ОЭС ниже исходного уровня. Падение ОЭС ниже исходного уровня является результатом $\Delta\rho_{Cr11}^{SRO} < 0$ ($R_{Cr11}^{SRO} < 0$), т. е. БР, что согласуется с определением типа БУ, сделанным на основе порядка расходимости кривых восстановления ОЭС. Наблюдаемые типы БУ в Cr6 и Cr11 соответствуют данным работы [3] и подтверждают наличие концентрационного перехода от БП к БР, по крайней мере, до температур ~ 225 К. Для того, чтобы завершить решение поставленной задачи необходимо определить тип БУ в сплаве Cr9. Так как Cr9 находится между Cr6 и Cr11, 225 К может рассматриваться как верхняя оценка для T^{SRO} .

Согласно данным ядерной гамма спектроскопии [4], в Cr4 наблюдается БП как при термическом отжиге вблизи 700 К, так и при облучении электронами в температурном диапазоне 370–420 К. Поэтому, отсутствие расходимости кривых $R(T)$ в этом сплаве не связано с отсутствием процессов БУ, а скорее всего связано с тем, что расхождение кривых $R(T)$ маскируется другими процессами из-за малой величины R^{SRO} вследствие низкой концентрации хрома. Малую величину R^{SRO} можно также ожидать в Cr9 согласно данным ядерной гамма спектроскопии [4], вследствие близости сплава по концентрации к точке инверсии типа БУ. Поэтому, перед анализом данных по возврату ОЭС в Cr9, полезно проанализировать данные по возврату ОЭС в Cr4 на основе данных работ [10, 11], чтобы понять какие процессы могут маскировать расхождение кривых $R(T)$, обусловленное процессами БУ, и каким способом это расхождение можно выявить. Затем использовать полученные результаты для определения типа БУ в сплаве Cr9.

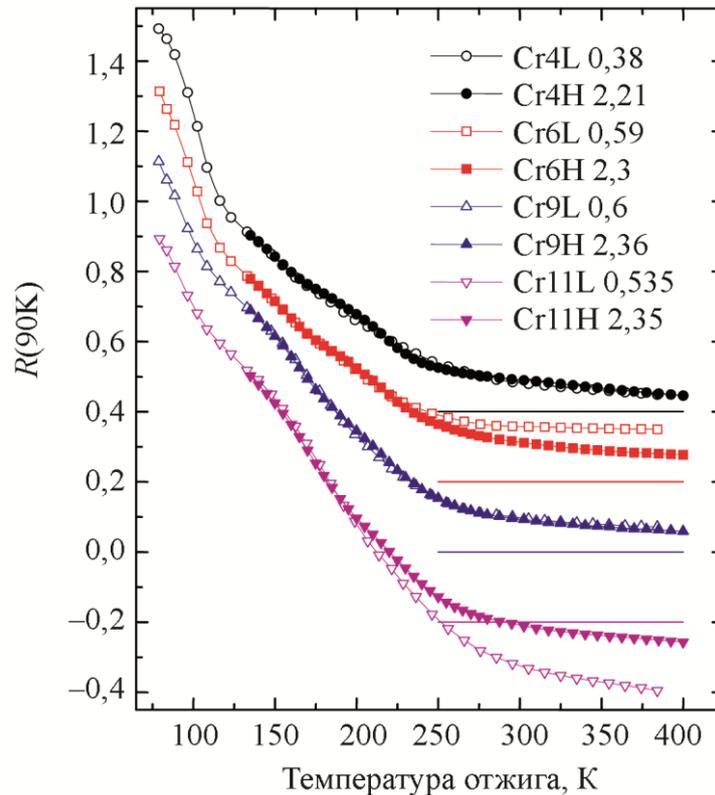


Рис. 2. Кривые восстановления ОЭС в сплавах Fe-Cr после облучения 5 МэВ электронами при низких температурах до различных приростов ОЭС. Цифры в легенде указывают на величину прироста ОЭС в мкОм·см после отжига при 90 К. Кривые сдвинуты относительно друг друга по оси Y на 0,2 и нулевой уровень для каждого сплава показан горизонтальной прямой соответствующего цвета

В системе Fe-Cr наблюдаются значительные отклонения от правила Матиссена⁴ [12]. Это приводит к тому, что удельный вклад пар Френкеля в ОЭС становится зависимым от их концентрации. Эта зависимость приводит к расхождению между *L*- и *H*-кривыми при температурах ниже начала дальней миграции дефектов⁵ и порядок этой расхождении оказывается обратным порядку расхождении, обусловленной БП. Примерно при 170 К начинается дальняя миграция вакансий и БУ по типу БП. Расхождение, вызванная отклонениями от правила Матиссена, начинает уменьшаться и при ~ 195 К порядок расхождении меняется на противоположный, что соответствует БП, и такой порядок сохраняется до ~230 К.

В сплавах Fe-Cr существует явление аномального БР, индуцированного освобождением вакансий, захваченных на междоузельных примесях [11]. Этот тип БУ отличается от естественного БУ, которое нас интересует. В наших сплавах имеется примесь азота. Часть вакансий, которые начинают дальнюю миграцию выше 170 К, захватывается на атомах азота. Освобождение захваченных вакансий происходит в температурном интервале ~230–300 К [10]. Соответственно, в этом температурном интервале появляется индуцированное БР, влияние которого на ОЭС пересиливает влияние естественного БП. В результате, порядок расхождении при 230–300 К опять меняется. В результате такого чередования порядка расхождении суммарная расхождение при температурах выше 300 К оказывается малой и неразличимой

⁴ Правило Матиссена утверждает, что вклады в электросопротивление от различных источников рассеяния электронов проводимости суммируются аддитивно.

⁵ Небольшую расхождение между кривыми $R(T)$, также обусловленную отклонениями от правила Матиссена, можно наблюдать на рис. 1 в системе Fe-Cr-Ni при температурах ниже начала дальней миграции (~170 К).

на рис. 2. Естественный способ избавиться от эффектов такого чередования – это анализировать процессы БУ выше 300 К, где отсутствуют вышеперечисленные процессы, маскирующие проявление естественного БУ в ОЭС.

Чтобы понять, как это можно сделать, обратимся к выражению (1), но суммирование начнем не с начала отжига, а с некоторой температуры T^+ , т. е.

$$R^{SRO}(T^+, T) = \sum_{T_i=T^+}^{T_i=T} \Delta R^{SRO}(T_i), \quad (2)$$

и сравним значения такой «неполной» суммы в L - и H -образцах, т.е. $R_L^{SRO}(T^+, T)$ и $R_H^{SRO}(T^+, T)$. Так же, как и в случае выражения (1) каждый член «неполной» суммы в L -образце будет больше по абсолютной величине соответствующего члена в H -образце. Поэтому, описываемые «неполной» суммой зависимости $R_L^{SRO}(T^+, T)$ и $R_H^{SRO}(T^+, T)$ будут расходиться также как $R_H^{SRO}(T)$ и $R_L^{SRO}(T)$, и порядок расхождения будет указывать на знак $R^{SRO}(T)$, т.е. тип БУ.

Чтобы использовать расхождение зависимостей $R_L^{SRO}(T^+, T)$ и $R_H^{SRO}(T^+, T)$ для определения типа БУ вблизи температуры T^+ , необходимо использовать «неполный» возврат ОЭС $R_L(T^+, T)$ и $R_H(T^+, T)$ куда в качестве вклада, обусловленного БУ, будут входить $R_L^{SRO}(T^+, T)$ и $R_H^{SRO}(T^+, T)$.

«Неполную» сумму можно представить как разность $R^{SRO}(T^+, T) = R^{SRO}(T) - R^{SRO}(T^+)$, соответственно «неполный» возврат ОЭС должен выглядеть, как $R(T^+, T) = R(T) - R(T^+)$. В нашем случае $T^+ = 300\text{K}$, поэтому следует анализировать расхождение зависимостей вида $R_L(T) - R_L(300\text{K})$ и $R_H(T) - R_H(300\text{K})$.

На рис. 3 а показаны «неполные» зависимости $R_L(T) - R_L(300\text{K})$ и $R_H(T) - R_H(300\text{K})$ для сплава Cr4, а также для сравнения такие же «неполные» зависимости для сплавов Cr6 и Cr11. Видно, что порядок расхождения «неполных» зависимостей для сплавов Cr6 и Cr11 такой же как и для «полных» зависимостей. Расхождение «неполных» зависимостей для Cr4 наблюдается выше 330 К и его порядок соответствует БП, что согласуется с типом БУ, обнаруженным при помощи ядерной гамма спектроскопии, после облучения электронами при близких (370 К) температурах [4]. Все это подтверждает возможность использования расходимости «неполных» зависимостей для определения типа БУ.

В сплаве Cr9 факторы, маскирующие расхождение кривых $R(T)$, отличаются от таких факторов в Cr4. Во-первых, индуцированное БР выражено намного слабее по сравнению с Cr4. Во-вторых, появляется дополнительный фактор. В целом, в Fe-Cr зависимости $R_H^d(T)$ и $R_L^d(T)$ различаются слабо, за исключением одного температурного интервала. В этих сплавах дальняя миграция дефектов начинается с миграции свободных вакансий. Соответствующая этой миграции стадия возврата ОЭС располагается в температурном интервале $\sim 170\text{--}240\text{K}$ [9]. Но известно, что положение стадии миграции свободных дефектов сдвигается с изменением концентрации дефектов. Этот сдвиг приводит к появлению расхождения между $R_H^d(T)$ и $R_L^d(T)$ в температурном интервале стадии миграции вакансий, и может мешать увидеть расхождение, обусловленное БУ при $\sim 170\text{--}240\text{K}$. Этот фактор пренебрежимо мал в Cr4, но достаточно велик в Cr9 и препятствует определению типа БУ ниже 240 К. Поэтому в Cr9 следует анализировать расхождение «неполных» зависимостей выше 250 К.

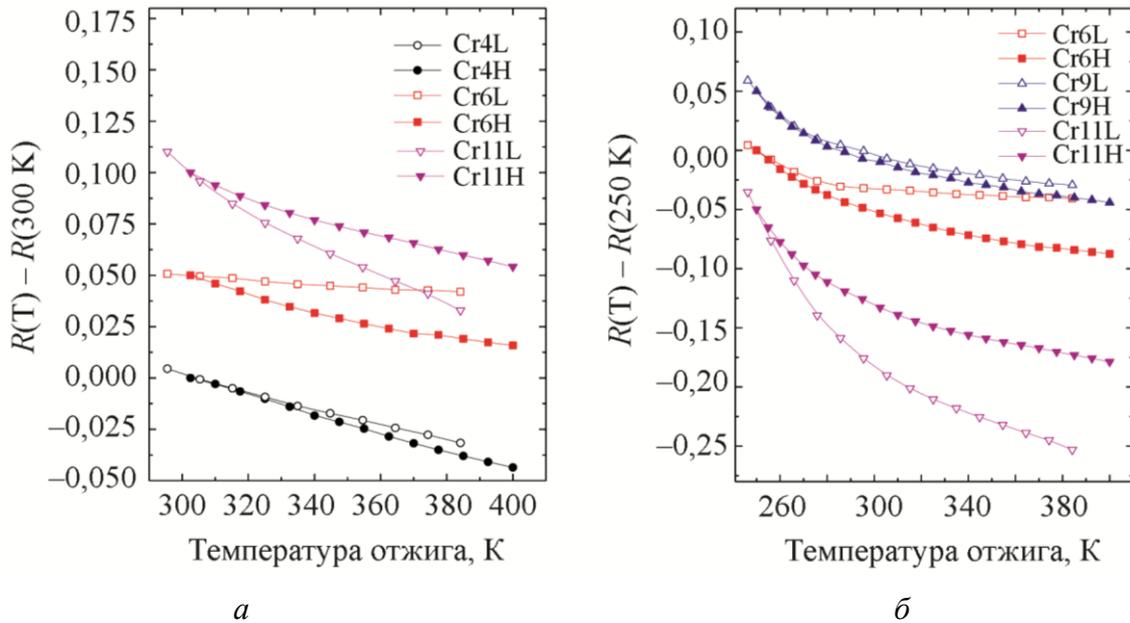


Рис. 3. «Неполные» зависимости восстановления ОЭС для образцов сплавов Fe-Cr (рис. 2) при различных значениях параметра T^+ : а – $T^+ = 300$ К; б – $T^+ = 250$ К. Кривые сдвинуты относительно друг друга по оси Y на 0,05

На рис. 3 б показаны «неполные» зависимости $R_L(T) - R_L(250K)$ и $R_H(T) - R_H(250K)$ для сплава Cr9 и такие же «неполные» зависимости для сплавов Cr6 и Cr11 для сравнения. Видно, что в Cr9 выше 270 К наблюдается систематическое расхождение «неполных» зависимостей и порядок расхождения указывает на БП. Порядок расхождения в сплавах Cr6 и Cr11 соответствует БП и БР соответственно. Таким образом, при температурах выше 270 К концентрация хрома в сплавах Cr6 и Cr9 находится ниже предела растворимости.

Хотя согласно рентгеновскому флуоресцентному анализу содержание хрома в Cr9 составляет 8,8 ат. %, часть хрома (до 0,4 ат. %) может находиться в окислах (рентгеновский флуоресцентный анализ не различает хром в твердом растворе и окислах). Это связано с тем, что исходное карбонильное железо содержит до 1 ат. % адсорбированного кислорода [13] и в присутствии этого кислорода часть хрома может «выгорать». Поэтому нижняя оценка концентрации хрома в сплаве Cr9 равняется 8,4 ат. % Cr. Верхняя оценка предела растворимости согласно данным [1, 2] составляет 9,2 ат. % Cr. Соответственно, доверительный интервал для предела растворимости при температурах чуть выше 270 К равен $8,8 \pm 0,4$ ат. % Cr.

5. Выводы

Проанализированы данные по возврату ОЭС в сплавах Cr4, Cr6, Cr9 и Cr11 после низкотемпературного облучения 5 МэВ электронами с точки зрения наблюдения процессов БУ, ускоренных дальней миграцией радиационных дефектов.

1. Показано, что прямое наблюдение расхождения кривых возврата ОЭС для образцов с разной начальной концентрацией дефектов, указывающее на процессы БУ, возможно не во всех сплавах. Расхождение наблюдается в Cr6 и Cr11, начиная с 225 К и 195 К, соответственно, и указывает на БП в Cr6 и БР в Cr11. Отсюда следует, что переход по типу БУ от БП к БР наличествует в интервале концентраций от 6 до 11 ат. % Cr вплоть до температур ~ 225 К.

2. Показано, что для идентификации процесса БУ и определения его типа в сплавах Cr4 и Cr9 можно использовать расхождение «неполных» кривых возврата ОЭС. Расхождение «неполных» кривых возврата ОЭС, обусловленное БУ, удается наблюдать в Cr4 и Cr9 начиная с 330 К и 270 К, соответственно, и порядок расхождения указывает на БП в обоих сплавах.

3. Идентификация БП в сплаве Cr9 при температурах выше 270 К позволяет определить доверительный интервал для значений предела растворимости хрома в α -железе для температур чуть выше 270 К, равный $8,8 \pm 0,4$ ат. % Cr.

Благодарности

Работа выполнена в рамках государственного задания МИНОБРНАУКИ России (тема «Функция», № АААА-А19-119012990095-0).

Литература

1. Bachhav Mukesh, Odette G. Robert, Marquis Emmanuelle A. α' precipitation in neutron-irradiated Fe–Cr alloys // Scripta Materialia – 2014. – Vol. 74. – P. 48–51. – DOI: 10.1016/j.scriptamat.2013.10.001.
2. Kinetics of α' precipitation in an electron-irradiated Fe15Cr alloy / O. Tissot, C. Pareige, E. Meslin, B. Decamps, J. Henry // Scripta Materialia. – 2016. – Vol. 122. – P. 31–35. – DOI: 10.1016/J.SCRIPTAMAT.2016.05.021.
3. Mirebeau I., Hennion M., Parette G. First measurement of short-range-order inversion as a function of concentration in a transition alloy // Phys. Rev. Letters –1984. – Vol. 53, iss. 7. – P. 687–690. – DOI: 10.1103/PHYSREVLETT.53.687.
4. Filippova N. P., Shabashov V. A., Nikolaev A. L. Mössbauer Study of Irradiation-Accelerated Short-Range Ordering in Binary Fe-Cr Alloys // Physics of Metals and Metallography. – 2000. – Vol. 90, No. 2 – P. 145–152.
5. Dimitrov C., Dimitrov O. Composition dependence of defect properties in electron-irradiated Fe-Cr-Ni solid solutions // J. Phys. F: Met. Phys. – 1984. – Vol. 14 – P. 793– 811. – DOI: 10.1088/0305-4608/14/4/005.
6. Vaessen P., Lengeler B., Shilling W. Recovery of electrical resistivity in electron-irradiated concentrated silver-zinc alloys // Rad. Effects – 1984. – Vol. 81. – P. 277–292. – DOI: 10.1080/00337578408206075.
7. Ruban A. V., Korzhavyi P. A., Johansson B. First-principles theory of magnetically driven anomalous ordering in bcc Fe-Cr alloys // Phys. Rev. B – 2008. –Vol. 77. iss 9. – P. 094436. – DOI: 10.1103/PHYSREVB.77.094436.
8. Investigation of the kinetics of short-range order formation and quenched-in vacancy annihilation in Au-15 at. % Ag by resistivity measurements / W. Kohl, R. Scheffel, H. Heidsiek, K. Lucke // Acta metall. – 1983. – Vol. 31, No. 11. – P. 1895–1908. – DOI: 10.1016/0001-6160(83)90135-9.
9. Nikolaev A. L. Specificity of stage III in electron-irradiated Fe-Cr alloys // Phil. Mag. – 2007. – Vol. 87, No. 31. – P. 4847–4874. – DOI: 10.1080/14786430701468977.
10. Nikolaev A. L. Difference approach to the analysis of resistivity recovery data for irradiated short-range ordered alloys // Phil. Mag. – 2009. – Vol. 89, No. 12. – P. 1017–1033. – DOI: 10.1080/14786430902835651.
11. Nikolaev A. L. Recovery of electrical resistivity, short-range order formation and migration of defects in electron-irradiated Fe-4Cr alloy doped with carbon // Phil. Mag. – 2011. – Vol. 91, No. 6. – P. 879–898. – DOI: 10.1080/14786435.2010.534740.
12. A study of irradiated FeCr alloys: deviations from Matthiessen’s rule and interstitial migration / F. Maury, P. Lucasson, A. Lucasson, F. Faudot, J. Bigot // J. Phys. F: Met. Phys. – 1987. – Vol. 17. – P. 1143–1165. – DOI: 10.1088/0305-4608/17/5/014.
13. Nikolaev A. L. Stage I of recovery in 5 MeV electron-irradiated iron and iron-chromium alloys: the effect of small cascades, migration of di-interstitials and mixed dumbbells // J. Phys.: Condens. Matter. – 1999. – Vol. 11. – P. 8933–8644. – DOI: 10.1088/0953-8984/11/44/302.

Received: 10.10.2021

Revised: 10.11.2021

Accepted: 24.12.2021

DOI: 10.17804/2410-9908.2021.6.019-031

PRODUCTION OF GRADIENT INTERMETALLIC LAYERS BASED ON ALUMINUM ALLOY AND COPPER BY ELECTRON-BEAM ADDITIVE TECHNOLOGY

A. V. Chumaevsky^{a)*}, A. O. Panfilov^{b)}, E. O. Knyazhev^{c)}, A. P. Zykova^{d)}, A. V. Gusarova^{e)},
K. N. Kalashnikov^{f)}, A. V. Vorontsov^{g)}, N. L. Savchenkoⁱ⁾, S. Yu. Nikonov^{j)},
A. M. Cheremnov^{k)}, V. E. Rubtsov^{l)}, and E. A. Kolubaev^{m)}

*Institute of Strength Physics and Materials Science, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences,
2/4 Akademicheskoy Ave., Tomsk, 634055, Russian Federation*

- ^{a)}  <https://orcid.org/0000-0002-1983-4385>  tch7av@gmail.com;
^{b)}  <https://orcid.org/0000-0001-8648-0743>  alexpl@ispms.tsc.ru;
^{c)}  <https://orcid.org/0000-0002-1984-9720>  clothoid@ispms.tsc.ru;
^{d)}  <https://orcid.org/0000-0001-8779-3784>  zykovaap@mail.ru;
^{e)}  <https://orcid.org/0000-0002-4208-7584>  gusarova@ispms.ru;
^{f)}  <https://orcid.org/0000-0002-0286-7156>  sso.spektr.asu@gmail.com;
^{g)}  <https://orcid.org/0000-0002-4334-7616>  vorontsov.a.583@gmail.com;
ⁱ⁾  <https://orcid.org/0000-0001-8254-5853>  savnick@ispms.ru;
^{j)}  <https://orcid.org/0000-0002-5588-4718>  SergRFF@ngs.ru;
^{k)}  <https://orcid.org/0000-0003-2225-8232>  amc@ispms.tsc.ru;
^{l)}  <https://orcid.org/0000-0003-0348-1869>  rvy@ispms.ru;
^{m)}  <https://orcid.org/0000-0001-7288-3656>  eak@ispms.ru

*Corresponding author. E-mail: tch7av@gmail.com

Address for correspondence: 634055 Tomsk, Akademicheskoy pr., 2/4, Russian Federation
Tel.: 8 961 891 41 49

This study presents the results of experimental work on the production and examination of samples of laminated polymetallic products made by wire-feed electron-beam additive technology using the technique of controlled filament feeding into the melt bath. The structure of the products based on M1 copper and AMg5 aluminum alloy combines metallic and intermetallic layers with the presence of a gradient transition between the phases. Inside the layers with a transition structure the distribution of intermetallic phases can be of different types. The microhardness values of the different structural constituents of the samples differ by more than a factor of 16. The mechanical properties of the material of the transition layers are characterized by low strength and low plasticity. In the structure of the intermetallic layers and at the boundary between them the formation of defects in the form of cracks and delaminations is observed.

Keywords: electron-beam additive technology, intermetallic composites, polymetals, gradient structures.

Acknowledgment

The work was performed according to the Government research assignment for the ISPMS SB RAS, project FWRW-2021-0012.

References

1. Ghanavati R., Naffakh-Moosavy H. Additive manufacturing of functionally graded metallic materials: A review of experimental and numerical studies. *Journal of Materials Research and Technology*, 2021, vol. 13, pp. 1628–1664. DOI: 10.1016/j.jmrt.2021.05.022.
2. Panfilov A.O., Knyazhev E.O., Kalashnikova T.A., Kalashnikov Kirill. Manufacturing of Cu-Ni and Fe-Cu-Ni polymetallic materials by the electron-beam additive technology. *AIP Conference Proceedings*, 2020, vol. 2310, pp. 020242. DOI: 10.1063/5.0034751.
3. Gurianov D.A., Kalashnikov K.N., Gusarova A.V., Chumaevskii Andrey V. Obtaining of the polymetallic samples from Ti-Al and Ti-Cu systems by the electron beam additive manufacturing method. *AIP Conference Proceedings*, 2019, vol. 2167, pp. 020126. DOI: 10.1063/1.5131993.
4. Chumaevskii Andrey V., Kalashnikov Kirill, Vorontsov Andrey, Zykova Anna. Evolution of microstructure and properties of Fe-Cu, manufactured by electron beam additive manufacturing with subsequent friction stir processing. *Materials Letters*, 2022, vol. 307, pp. 131023. DOI: 10.1016/j.matlet.2021.131023.
5. Fernandez-Zelaia Patxi, Ledford Christopher, Ellis Elizabeth A.I., Campbell Quinn. Crystallographic texture evolution in electron beam melting additive manufacturing of pure Molybdenum. *Materials & Design*, 2021, vol. 207, pp. 109809. DOI: 10.1016/j.matdes.2021.109809.
6. Afkhami S., Dabiri M., Habib Alavi S., Timo Björk. Fatigue characteristics of steels manufactured by selective laser melting. *International Journal of Fatigue*, 2019, vol. 122, pp. 72–83. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2018.12.029.
7. Schopphoven T., Pirch N., Mann S. Statistical/Numerical Model of the Powder-Gas Jet for Extreme High-Speed Laser Material Deposition. *Coatings*, 2020, vol. 10, pp. 416. DOI: 10.3390/coatings10040416.
8. Zhang G., Xiong H., Yu H., Qin R.Y. Microstructure evolution and mechanical properties of wire-feed electron beam additive manufactured Ti-5Al-2Sn-2Zr-4Mo-4Cr alloy with different subtransus heat treatments. *Materials & Design*, 2020, vol. 195, pp. 109063. DOI: 10.1016/j.matdes.2020.109063.
9. Xu Junqiang, Zhou Qi, Kong Jian, Peng Yong, Guo Shun, Zhu Jun, Fan Jikang. Solidification behavior and microstructure of Ti-(37–52) at% Al alloys synthesized in situ via dual-wire electron beam freeform fabrication. *Additive Manufacturing*, 2020, vol. 46, pp. 102113. DOI: 10.1016/j.addma.2021.102113.
10. Osipovich Kseniya, Chumaevskii Andrey V., Gusarova Anastasiya V., Kalashnikov Kirill. Mechanical properties of steel-copper polymetal manufactured by the wire-feed electron-beam additive technology. *High Temperature Material Processes*, 2020, vol. 24, pp. 91–98. DOI: 10.1615/HighTempMatProc.2020033790.

Подана в журнал: 10.10.2021
УДК 539.25:621.791.14:620.186.12
DOI: 10.17804/2410-9908.2021.6.019-031

ПОЛУЧЕНИЕ ГРАДИЕНТНЫХ ИНТЕРМЕТАЛЛИДНЫХ СЛОЕВ НА ОСНОВЕ АЛЮМИНИЕВОГО СПЛАВА И МЕДИ МЕТОДОМ ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВОЙ АДДИТИВНОЙ ТЕХНОЛОГИИ

А. В. Чумаевский^{а)*}, А. О. Панфилов^{б)}, Е. О. Княжев^{в)}, А. П. Зыкова^{г)}, А. В. Гусарова^{д)},
К. Н. Калашников^{е)}, А. В. Воронцов^{ж)}, Н. Л. Савченко^{з)}, С. Ю. Никонов^{и)},
А. М. Черемнов^{к)}, В. Е. Рубцов^{л)}, Е. А. Колубаев^{м)}

*Институт физики прочности и материаловедения Сибирского отделения Российской академии наук,
пр. Академический 2/4, г. Томск, 634055, Российская Федерация*

- ^{а)}  <https://orcid.org/0000-0002-1983-4385>  tch7av@gmail.com;
^{б)}  <https://orcid.org/0000-0001-8648-0743>  alexpl@ispms.tsc.ru;
^{в)}  <https://orcid.org/0000-0002-1984-9720>  clothoid@ispms.tsc.ru;
^{г)}  <https://orcid.org/0000-0001-8779-3784>  zykovaap@mail.ru;
^{д)}  <https://orcid.org/0000-0002-4208-7584>  gusarova@ispms.ru;
^{е)}  <https://orcid.org/0000-0002-0286-7156>  sso.spektr.asu@gmail.com;
^{ж)}  <https://orcid.org/0000-0002-4334-7616>  vorontsov.a.583@gmail.com;
^{з)}  <https://orcid.org/0000-0001-8254-5853>  savnick@ispms.ru;
^{и)}  <https://orcid.org/0000-0002-5588-4718>  SergRFF@ngs.ru;
^{к)}  <https://orcid.org/0000-0003-2225-8232>  amc@ispms.tsc.ru;
^{л)}  <https://orcid.org/0000-0003-0348-1869>  rvy@ispms.ru;
^{м)}  <https://orcid.org/0000-0001-7288-3656>  eak@ispms.ru

*Ответственный автор. Эл. почта: tch7av@gmail.com

Адрес для переписки: пр. Академический 2/4, г. Томск, 634055, Российская Федерация
Тел.: 8–961–891–41–49

В работе приведены результаты экспериментальной работы по получению и исследованию образцов полиметаллических слоистых изделий, полученных методом проволоочной аддитивной электронно-лучевой технологии с использованием методики управляемой подачи филамента в ванну расплава. Полученные изделия на основе меди марки М1 и алюминиевого сплава АМг5 сочетают в структуре металлические и интерметаллидные слои с наличием градиентного перехода между ними. Внутри слоев с переходной структурой распределение интерметаллидных фаз может быть различного типа. Микротвердость различных структурных составляющих образцов различаются на величину, более чем в 16 раз. Механические свойства материала переходных слоев характеризуются невысокими значениями прочности и низкой пластичностью. В структуре интерметаллидных слоев и на границе между ними наблюдается формирование дефектов в виде трещин и расслоений.

Ключевые слова: электронно-лучевая аддитивная технология, интерметаллидные композиционные материалы, полиметаллы, градиентные структуры.

1. Введение

В настоящее время развитие технологий аддитивного производства позволяет существенно расширить номенклатуру выпускаемых изделий промышленного назначения с размещением в одном изделии свойств двух и более различных разнородных материалов [1–4].

Одними из наиболее разработанных методик аддитивного производства изделий со сложной управляемой структурой являются селективное лазерное или электронно-лучевое сплавление (SLM, EBM) [5, 6], а также технологии направленного осаждения порошкового материала в струе газа (DED) [7]. Из технологий высокопроизводительного аддитивного производства наиболее широко представлена технология проволочного электронно-лучевого производства (WAAM) [8]. Меньшее количество публикаций по данной теме можно выделить по электронно-лучевой аддитивной технологии (EBAM, EBF3) [4, 9]. При этом с точки зрения получения изделий с управляемой градиентной структурой поверхностного слоя данная технология имеет ряд преимуществ, заключающихся в возможности обеспечения плавного градиента от одного материала – к другому [10]. С помощью технологии электронно-лучевого производства возможно получение на поверхности печатаемого изделия твердых и прочных интерметаллидно-упрочненных поверхностных слоев с сохранением прочного и пластичного объема основного металла. Такие изделия могут иметь существенное значение для изготовления деталей трибологического назначения. При этом для получения деталей данным методом особое значение имеет методика подвода материала в ванну расплава, что требует проведения всесторонних исследований структуры и свойств материалов, полученных методом электронно-лучевого производства. Цель работы – исследование закономерностей организации структуры и свойств материала изделий на основе меди и алюминиевого сплава, полученных методом электронно-лучевой технологии.

2. Материал и методика

Работы выполнены на экспериментальном оборудовании для аддитивной электронно-лучевой проволочной печати в Институте физики прочности и материаловедения СО РАН. Печать производилась по схеме, представленной на рис. 1. Вначале наносили на стальную подложку (сталь 12Х18Н9Т) чистую медь (марки М1) от одного источника проволоки (рис. 1 а). Количество слоев чистой меди состояло в пределах 10–15. Далее наносили слои градиентного слоя с постепенным увеличением содержания алюминия за счет печати одновременно двумя проволоками с постепенным увеличением подачи алюминиевого филамента (сплав АМг5) и снижением интенсивности подачи медной проволоки. Количество слоев градиентной зоны составляло от 15 до 20. В верхней части зоны структурного градиента интенсивности подачи двух проволок подбирали таким образом, чтобы материал состоял преимущественно из интерметаллидов. После получения экспериментальных образцов производилась вырезка металлографических шлифов и лопаток для механических испытаний на электроэрозионном станке ДК7750. Определение механических свойств материала различных структурных зон образца проводили с использованием универсальной испытательной машины УТС 110М. Измерение микротвердости материала образцов выполнено на твердомере Duramin 5. Исследование структуры образцов после механической полировки и последующего травления образцов проводили на микроскопе Altamі MET 1С и Olympus LEXT 4100. Рентгенофазовый анализ различных областей зоны структурного градиента выполнялся на рентгеновском дифрактометре ДРОН-7.

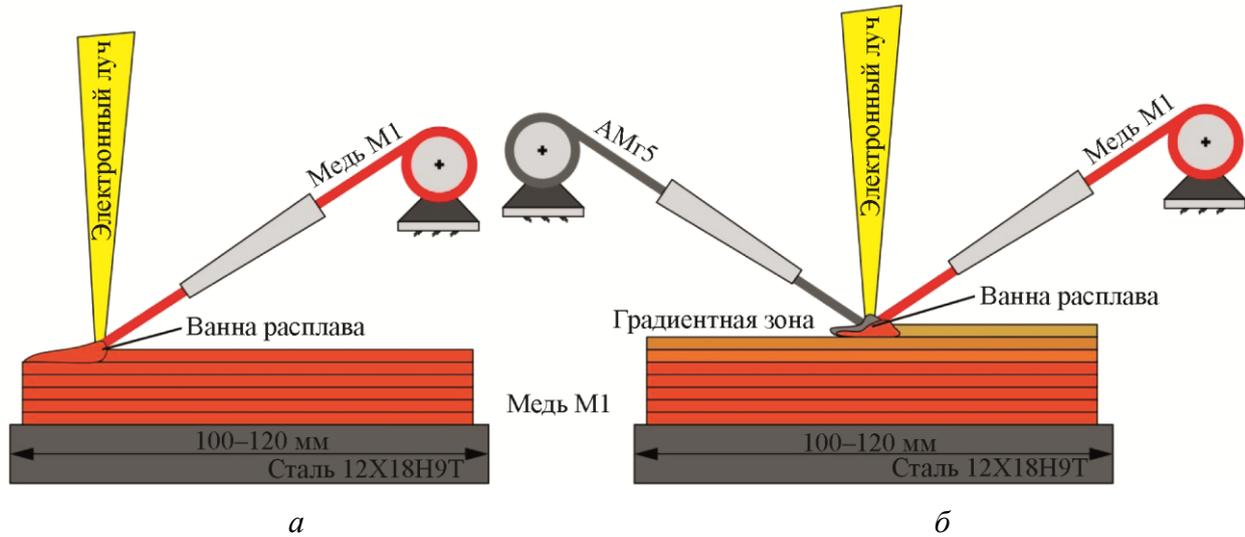


Рис. 1. Схема процесса аддитивного электронно-лучевого проволочного получения образцов на основе меди и алюминиевого сплава АМг5: *а* – схема процесса нанесения первых слоев чистой меди; *б* – схема процесса нанесения градиентного интерметаллидного слоя на основе алюминиевого сплава и меди

3. Результаты и обсуждение

Внешний вид типичного образца с градиентной структурой, полученных методом аддитивной электронно-лучевой проволочной технологии, представлен на рис. 2. На поверхности образцов формируются дефекты как поверхностного типа, так и распространяющиеся вглубь образца трещины или расслоения. При этом крупных дефектов обоих типов не образуется. Макроструктура образца в поперечном сечении представлена на рис. 3.



Рис. 2. Внешний вид образца после 3D-печати: *а* – вид сверху; *б* – вид справа; *в* – вид спереди

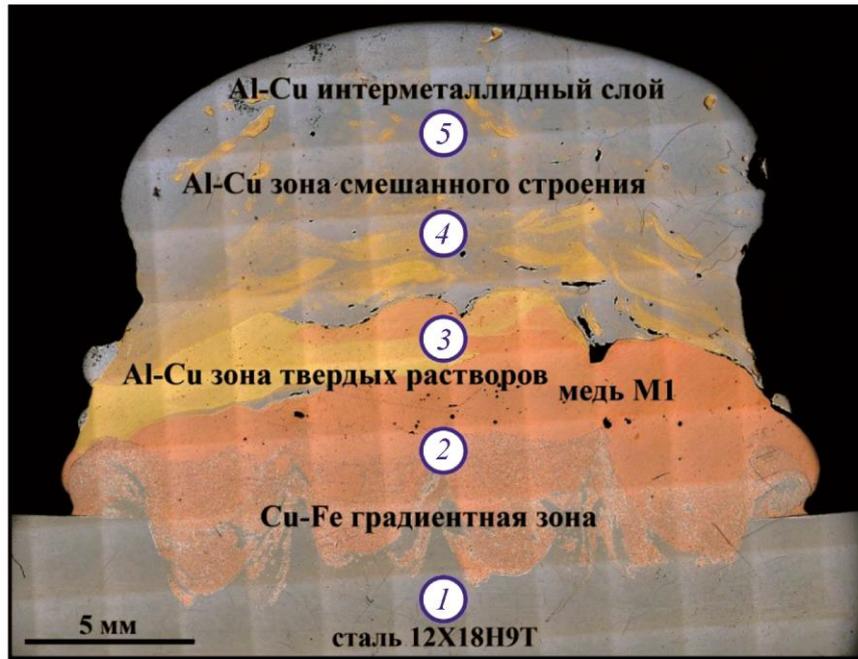


Рис. 3. Структура полученного образца в поперечном сечении

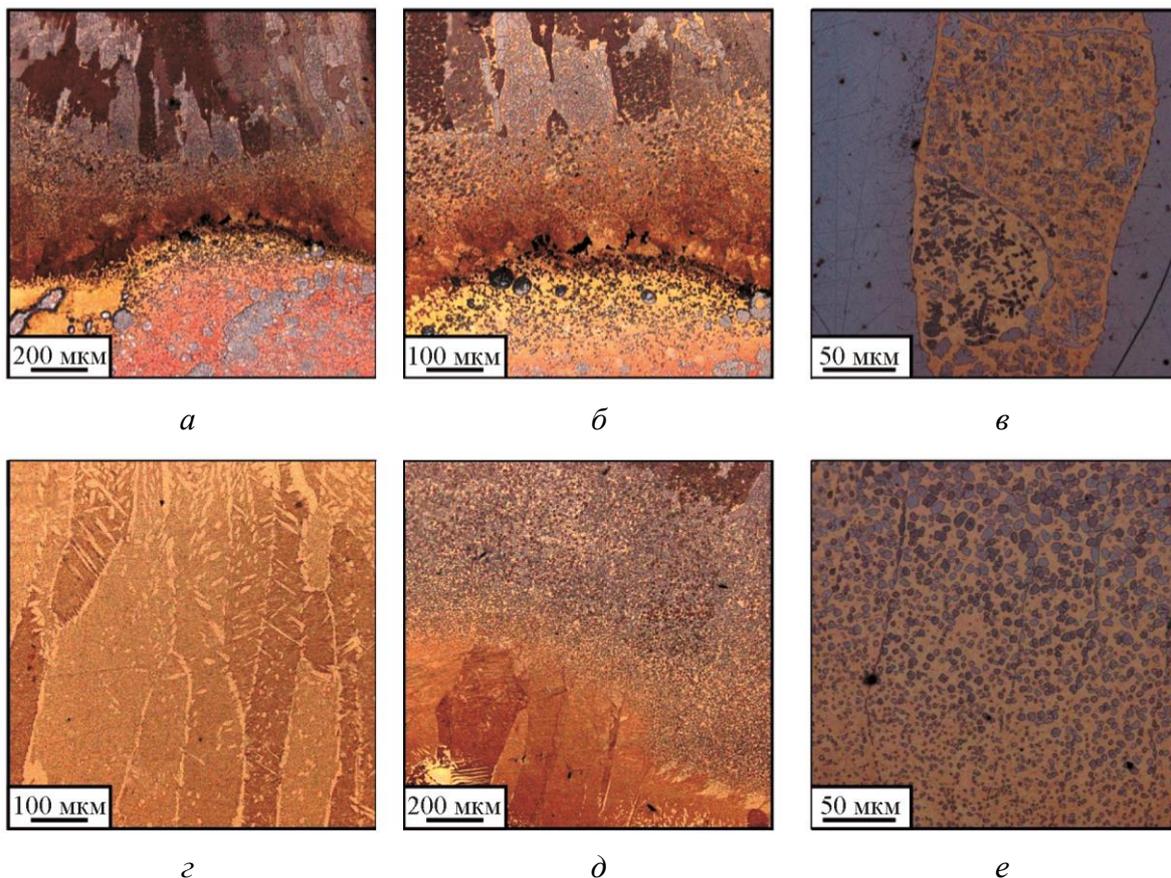


Рис. 4. Структура образца в поперечном сечении при большем увеличении. Зона переходной структуры от механической смеси меди и стали (*а, б*); зона с преимущественно интерметаллидной структурой (*в*); зона твердых растворов алюминия в меди (*г*) и зона смешанного строения на основе твердых растворов и интерметаллидных фаз (*д, е*)

Образец разделяется на несколько зон: зона стальной подложки (1), зона со структурой в виде механической смеси меди и стали (2), зона с преимущественной структурой в виде твердых растворов меди и алюминия (3), зона со смешанным строением на основе твердых растворов и интерметаллидных фаз (4) и зона с интерметаллидной структурой (5). На представленном изображении четко выделяется локализация образования крупных дефектов в виде трещин или расслоений, обусловленная отсутствием в правой части образца плавного перехода от твердого раствора на основе меди к интерметаллидным слоям. По причине существенных отличий в механических свойствах и значениях коэффициента термического расширения при остывании в данных областях происходит формирование дефектов. Макроструктура слоев, нанесенных на поверхность, имеет волнистое строение, обусловленное нанесением на подложку изначальных первых слоев. В областях с волнистой структурой внизу образца сталь от подложки может подниматься до первых слоев с твердорастворным типом фаз.

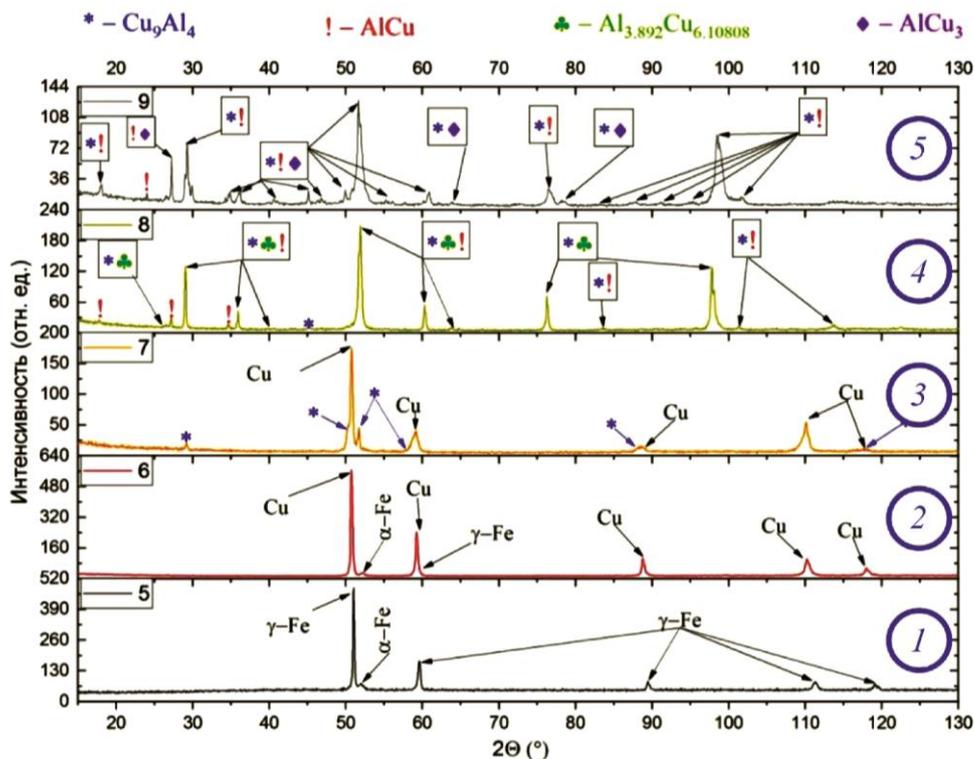


Рис. 5. Рентгенофазовый анализ основных структурных зон образцов, полученных в соответствии с изображением на рис. 3: 1 – подложка; 2 – переходная зона от подложки к медным слоям; 3 – зона преимущественного формирования твердых растворов на основе меди и алюминия; 4, 5 – зоны градиентных интерметаллидных слоев

При большем увеличении рассматриваемые структуры характеризуются сложным и неоднородным строением различных участков (рис. 4). В переходной зоне от области влияния подложки со смешанной структурой меди и стали – к зоне слоев твердых растворов меди и алюминия происходит образование переходных слоев с мелкодисперсной структурой с дальнейшим образованием столбчатых зерен (рис. 4 а, б). Размер частиц интерметаллидов в областях смешанного строения может варьироваться от 1–2 мкм до крупных прослоек толщиной более 50–100 мкм (рис. 4 в). Внутри слоев с преимущественно твердорастворной структурой зерен в основном столбчатого типа (рис. 4 з), вытянутых в направлении отвода тепла при печати. При переходе к областям с интерметаллидным строением оптимальным является плавное повышение содержания мелких частиц интерметаллидов в матрице (рис. 4 д).

При таком соотношении компонентов не происходит образования трещин или расслоений в структуре образцов. Частицы интерметаллидов могут иметь форму как равноосных зерен (рис. 4 *е*), так и дендритную форму (рис. 4 *в*).

Результаты рентгенофазового анализа материала обозначенных выше структурных зон представлены на рис. 5. В зоне оплавленной подложки из аустенитной стали наблюдается структура на основе гамма-железа с остаточным дельта или альфа-ферритом (1). Выше структура представлена смесью альфа- и гамма-железа с чистой медью (2). В центральной зоне наблюдается образование твердых растворов меди и алюминия с образованием интерметаллидов Cu_9Al_4 (3). Выше располагаются слои с высоким содержанием интерметаллидных фаз различного состава (4, 5).

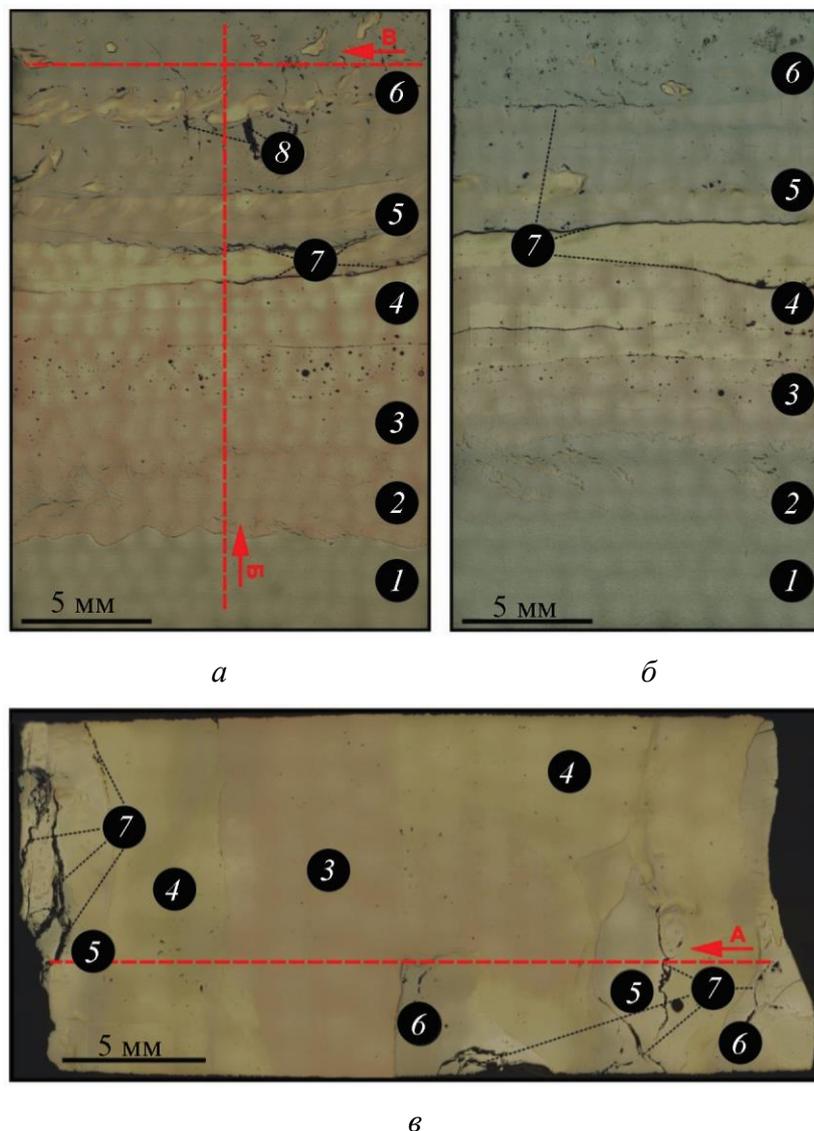


Рис. 6. Макроструктура образца в продольном (*а*, *б*) и горизонтальном (*в*) сечении

В продольном и горизонтальном сечениях структура образцов имеет существенные отличия от описанного ранее случая, основанные на процессе укладки слоев на поверхности (рис. 6). В продольном направлении структура образца неоднородна и значительно изменяется в различных участках (рис. 6 *а*, *б*). При этом изменения в основном касаются размера

и конфигурации слоев, а порядок их расположения остается неизменным в соответствии с заранее установленной структурой образца при печати.

Зона оплавленной подложки (1) (рис. 6 а, б) расположена в нижней части образца и различается по толщине в виду зависимости от особенностей введения электронного пучка в материал, обуславливающих большую глубину оплавленного слоя в центре пучка. Зона смешанного состава из стали и меди образуется при нанесении первых слоев меди на оплавленную стальную подложку (2). Выше расположены слои нанесенной меди, в большом количестве содержащие дефекты в виде пор (3). При нанесении первых слоев смешанного состава на основе меди и алюминиевого сплава (4) в ряде участков образца формировались дефекты различного типа, но в основном граница между слоями является плавной. Далее располагаются слои со смешанной структурой с формирующимися интерметаллидными фазами и твердыми растворами (5), на границе между которыми и слоями с твердорастворным типом структуры возможно формирование трещин или расслоений (7). В верхней части образца формируются слои с интерметаллидным строением (6), содержащие в различных участках дефекты в виде пор или несплошностей (8).

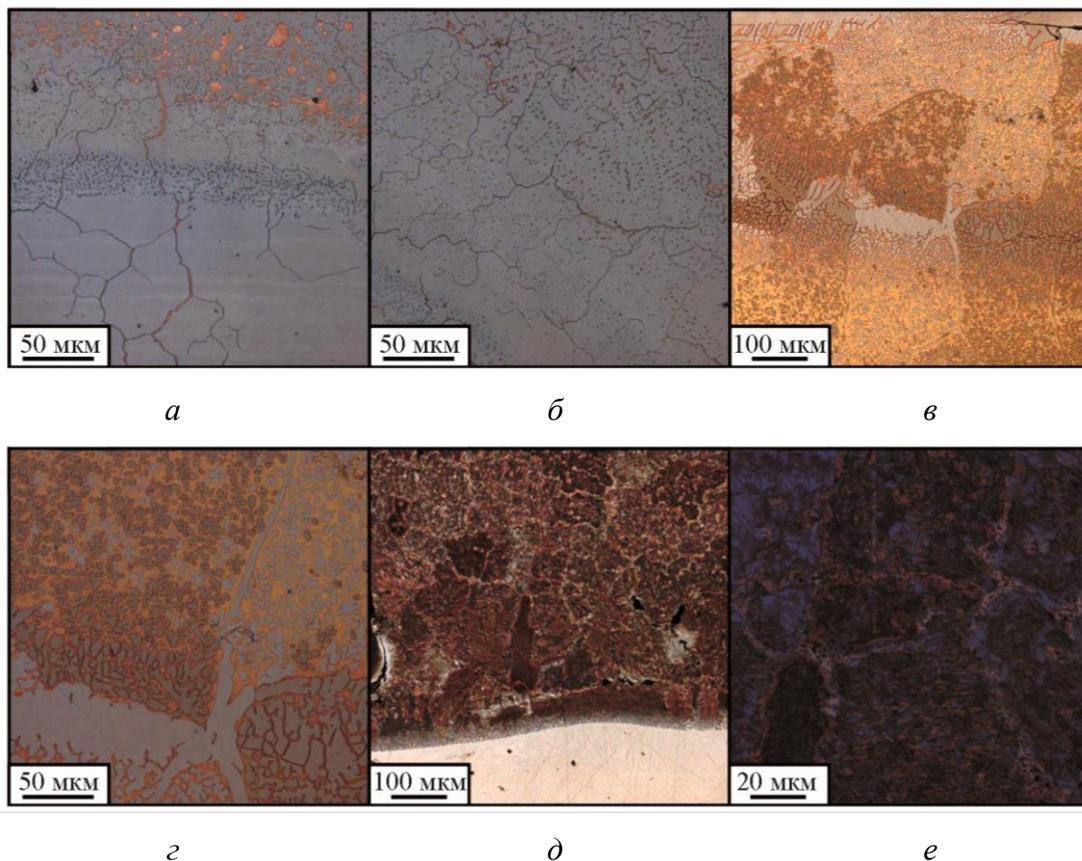


Рис. 7. Структура образца в продольном сечении при большем увеличении:
переходная зона от подложки – к нанесенным слоям чистой меди (а, б);
зона твердых растворов и интерметаллидных частиц (в, г);
области с интерметаллидной структурой (д, е)

При большем увеличении в образцах в приграничной зоне можно выделить наличие трещин в стальной подложке, заполненных медью и формирование сетчатых образований из меди в стальной матрице (рис. 7 а, б). В областях смешанного строения могут образовываться сетчатые образования из интерметаллидных прослоек и частиц (рис. 7 в, г). В интерметал-

лидных слоях также можно выделить как образование мелкодисперсных частиц второй фазы, распределенной в основе, так и протяженных прослоек (рис. 7 *д, е*).

В горизонтальной плоскости структура в образцах также является достаточно неоднородной (рис. 6, *в*). Несмотря на то, что в данном случае структура металла рассматривается внутри одного слоя, можно выделить существенную неоднородность строения с наличием зон со структурой чистой меди, твердорастворной, интерметаллидной и смешанной структурой. При большем увеличении можно выделить неоднородность строения переходных зон от чистой меди – к зоне твердых растворов (рис. 8 *а, б*). В данном случае характерным является получение плавного перехода от меди – к однофазной зоне твердых растворов, а затем – к протяженной граничной двухфазной области. Между интерметаллидными зонами и твердорастворными могут формироваться как резкие границы (рис. 8 *в*), так и протяженные переходные зоны (рис. 8 *г*). Строение зон смешанного состава представлено в основном смесью частиц интерметаллидных фаз различного состава и их агломераций внутри металлической матрицы, группирующихся в своеобразные ячейки (рис. 8 *д, е*). Это указывает прежде всего на дендритный характер роста этих фаз в процессе кристаллизации с расположением осей дендритов перпендикулярно плоскости снимка, что в достаточной степени согласуется с представлениями о процессе плавления и кристаллизации материала при электронно-лучевой проволоочной 3D-печати.

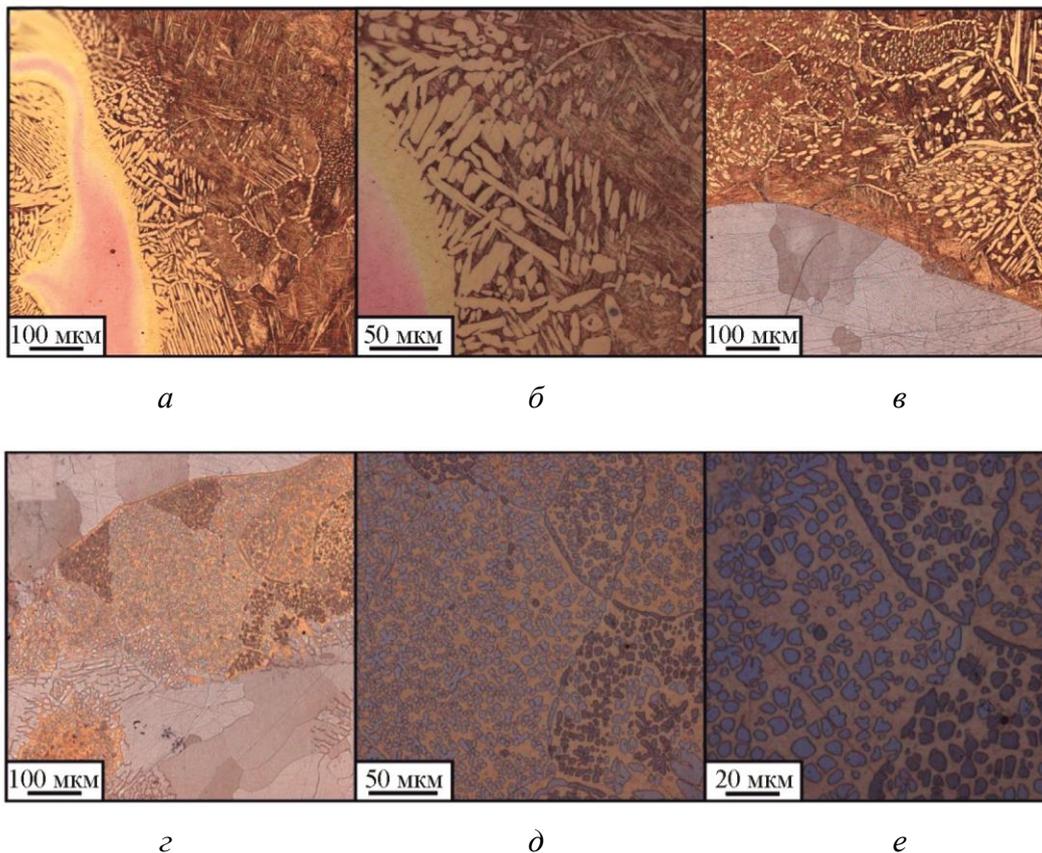


Рис. 8. Структура образца в горизонтальной плоскости при большем увеличении: зона смешанного строения (*а, б*); зона крупных частиц интерметаллидных фаз и твердых растворов (*в, г*); зона с мелкодисперсным распределением интерметаллидов в твердом растворе алюминия в меди (*д, е*)

Полученные образцы помимо существенной неоднородности структуры обладают также и неоднородностями механических свойств. Изменение микротвердости образцов в вертикальном направлении (рис. 9 а) характеризуется повышенными значениями твердости образцов в области вблизи подложки, снижением твердости в зоне медных слоев и резким ростом при переходе к интерметаллидным слоям. В поперечном направлении (рис. 9 б) в слое со смешанным строением можно выделить существенные различия в значениях микротвердости вдоль линии А, изображенной на рис. 6 в. В то время как максимальные значения микротвердости находятся на уровне 8 ГПа, минимальные могут составлять менее 0,5 ГПа. Минимальные значения микротвердости на графике соответствуют областям со структурой практически чистой меди, максимальные значения – областям с интерметаллидной структурой. Средние значения характерны для зон смешанного строения с содержанием интерметаллидных частиц в металлической матрице и обусловлены тем, что индентор может захватывать как матрицу, так и частицы интерметаллидов. В продольном направлении изменение микротвердости внутри интерметаллидных слоев в верхней части образца также представляется достаточно неоднородным, хотя и наблюдается группировка значений вокруг среднего (рис. 9 в).

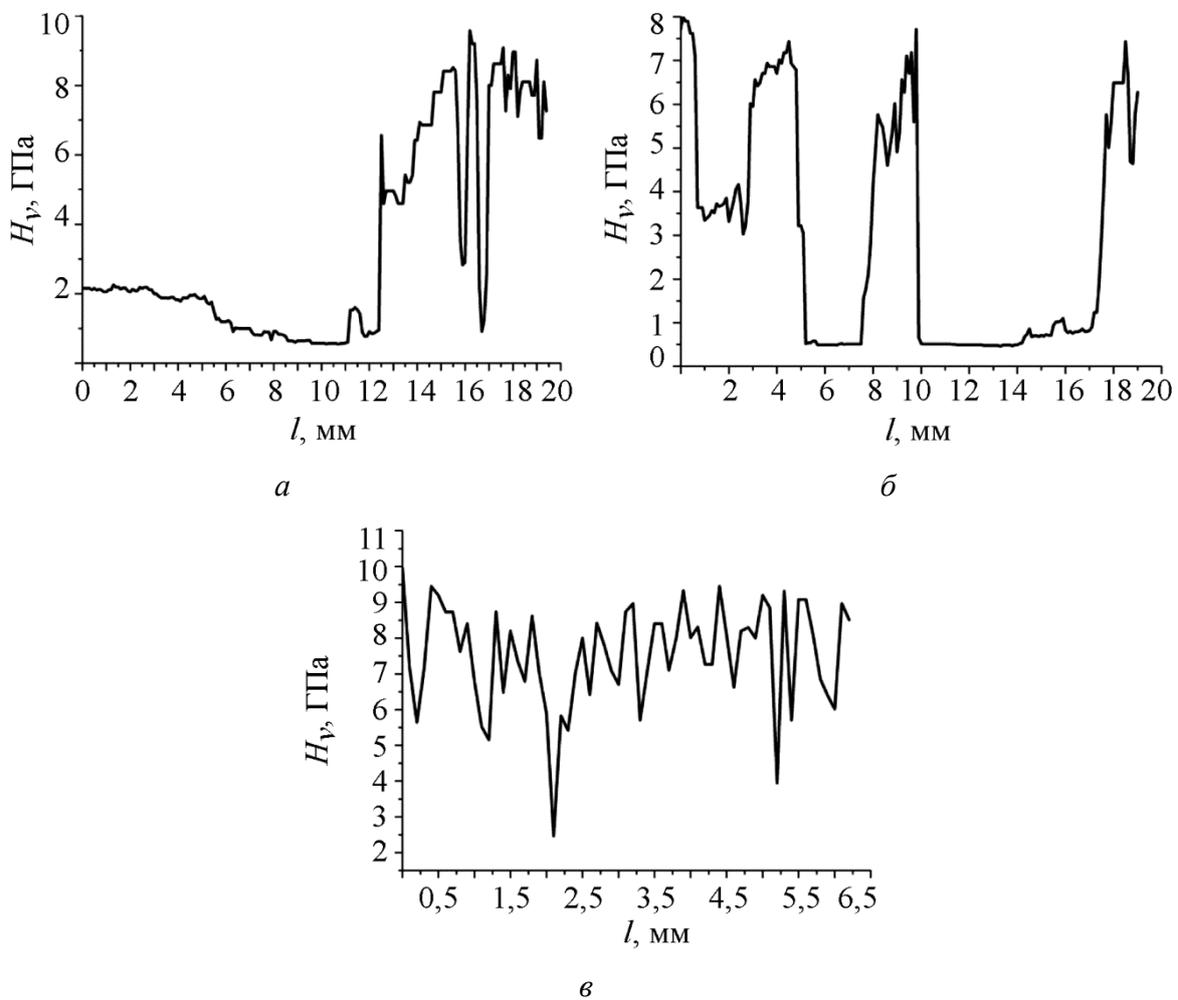


Рис. 9. Изменение микротвердости в образце: в продольном (а); вертикальном (б) и поперечном (в) направлениях

Значения прочностных свойств образцов также характеризуются существенным разбросом значений параметра временного сопротивления от прочности чистой меди 145–200 МПа до прочности механической смеси меди и стали близи подложки 340–350 МПа. Пластич-

ность таких образцов находится в пределах 25–30 %. Предел текучести медных слоев составляет 100–110 МПа, областей смешанного строения из меди и стали 190–210 МПа.

Прочностные свойства зон интерметаллидного строения из-за образования дефектов в виде трещин или расслоений достаточно невелики. Временное сопротивление различных участков данных слоев находится в пределах от 100 до 170 МПа, при этом пластичность материала даже в областях со смешанной композитной структурой может быть 4–5 % и ниже, а в областях с интерметаллидным строением разрушение происходит практически без пластической деформации. Предел текучести данных участков составляет от 60 до 170 МПа.

4. Заключение

Проведенные исследования показывают, что в процессе проволоочной электронно-лучевой аддитивной 3D-печати происходит образование сложноорганизованной слоистой структуры с заданным структурно-фазовым состоянием отдельных слоев. Полученный материал имеет структуру, изменяющуюся от механической смеси частиц стали и медной матрицы вблизи подложки, твердых растворов меди и алюминия в центральных объемах к интерметаллидным структурам в поверхностном слое. С использованием электронно-лучевой технологии получены образцы на основе меди и алюминия с повышенной в 16 раз твердостью поверхностных слоев. Несмотря на повышенные показатели по твердости материала поверхностных слоев ввиду образования ряда дефектов различного типа, механические свойства материала поверхностных слоев находятся на достаточно низком уровне, хотя и могут быть приемлемыми при эксплуатации. Основные причины образования дефектов заключаются в нестабильности процесса печати и формировании резких границ между интерметаллидными крупными частицами, прослойками или слоями. Образование трещин в данном случае ожидается по причине существенных различий в значениях коэффициента теплового расширения меди, твердых растворов на основе меди и алюминия и интерметаллидных фаз различного состава ($AlCu_3$, Al_2Cu_3 , $AlCu$, Cu_9Al_4 и др.). Дополнительно образование трещин и отслоений обусловлено низкими значениями пластичности интерметаллидных фаз. В работе установлено также, что при образовании протяженных градиентных переходных зон от меди – к интерметаллидным слоям трещин и отслоений не формируется, что свидетельствует о необходимости управления процессом печати таким образом, чтобы избежать резких границ между соседними разнородными областями. По этой причине в дальнейшем планируется увеличение стабильности подвода материала в зону печати и увеличение плавности градиента от слоев с твердорастворным типом фаз к слоям с интерметаллидной структурой.

Благодарность

Работа выполнена в рамках государственного задания ИФПМ СО РАН, тема номер FWRW-2021-0012.

Литература

1. Ghanavati R., Naffakh-Moosavy H. Additive manufacturing of functionally graded metallic materials: A review of experimental and numerical studies // Journal of Materials Research and Technology. – 2021. – Vol. 13. – P. 1628–1664. – DOI: 10.1016/j.jmrt.2021.05.022.
2. Manufacturing of Cu-Ni and Fe-Cu-Ni polymetallic materials by the electron-beam additive technology / A. O. Panfilov, E. O. Knyazhev, T. A. Kalashnikova, Kirill Kalashnikov // AIP Conference Proceedings. – 2020. – Vol. 2310. – P. 020242. – DOI: 10.1063/5.0034751.
3. Obtaining of the polymetallic samples from Ti-Al and Ti-Cu systems by the electron beam additive manufacturing method / D. A. Gurianov, K. N. Kalashnikov, A. V. Gusarova,

- Andrey V. Chumaevskii // AIP Conference Proceedings. – 2019. – Vol. 2167. – P. 020126 – DOI: 10.1063/1.5131993.
4. Evolution of microstructure and properties of Fe-Cu, manufactured by electron beam additive manufacturing with subsequent friction stir processing / Andrey V. Chumaevskii, Kirill Kalashnikov, Andrey Vorontsov, Anna Zykova // Materials Letters. – 2022. – Vol. 307. – P. 131023. – DOI: 10.1016/j.matlet.2021.131023.
 5. Crystallographic texture evolution in electron beam melting additive manufacturing of pure Molybdenum / Patxi Fernandez-Zelaia, Christopher Ledford, Elizabeth A.I. Ellis, Quinn Campbell // Materials & Design. – 2021. – Vol. 207. – P. 109809. – DOI: 10.1016/j.matdes.2021.109809.
 6. Fatigue characteristics of steels manufactured by selective laser melting / S. Afkhami, M. Dabiri, S. Habib Alavi, Björk Timo // International Journal of Fatigue. – 2019. – Vol. 122. – P. 72–83. – DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2018.12.029.
 7. Schopphoven T., Pirch N., Mann S. Statistical/Numerical Model of the Powder-Gas Jet for Extreme High-Speed Laser Material Deposition // Coatings. – 2020. – Vol. 10. – P. 416. – DOI: 10.3390/coatings10040416.
 8. Microstructure evolution and mechanical properties of wire-feed electron beam additive manufactured Ti-5Al-2Sn-2Zr-4Mo-4Cr alloy with different subtransus heat treatments / G. Zhang, H. Xiong, H. Yu, R. Y. Qin // Materials & Design. – 2020. – Vol. 195. – P. 109063. – DOI: 10.1016/j.matdes.2020.109063.
 9. Solidification behavior and microstructure of Ti-(37–52) at% Al alloys synthesized in situ via dual-wire electron beam freeform fabrication / Junqiang Xu, Qi Zhou, Jian Kong, Yong Peng, Shun Guo, Jun Zhu, Jikang Fan // Additive Manufacturing. – 2020. – Vol. 46. – P. 102113. – DOI: 10.1016/j.addma.2021.102113.
 10. Mechanical properties of steel-copper polycrystal manufactured by the wire-feed electron-beam additive technology / Kseniya Osipovich, Andrey V. Chumaevskii, Anastasiya V. Gusarova, Kirill Kalashnikov // High Temperature Material Processes. – 2020. – Vol. 24. – P. 91–98. – DOI: 10.1615/HighTempMatProc.2020033790.

Received: 08.10.2021

Revised: 08.12.2021

Accepted: 24.12.2021

DOI: 10.17804/2410-9908.2021.6.032-036

IMPLEMENTATION OF DIGITAL METHODS TO ANALYZE EDDY-CURRENT SIGNALS BASED ON THE E14-440 MODULE

D. G. Ksenofontov^{1, a)*} and V. N. Kostin^{1, 2}

¹*M.N. Miheev Institute of Metal Physics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences,
18 S. Kovalevskoy St., Ekaterinburg, 620208, Russia*

²*B.N. Yeltsin Ural Federal University, Ekaterinburg,
19 Mira St., 620002, Russia*

a)  <http://orcid.org/0000-0002-4526-0477>  ksenofontov@imp.uran.ru;
b)  <http://orcid.org/0000-0003-4651-5002>  kostin@imp.uran.ru

*Corresponding author: E-mail: ksenofontov@imp.uran.ru

Address for correspondence: 18, S. ul. Kovalevskoy, Ekaterinburg, 620108, Ekaterinburg, Russian Federation
Tel.: +7 (343) 378 38 50

Nondestructive testing methods utilize various sensors, and different signal types require different processing methods. Digital implementation of signal processing methods can expand the variety of methods implemented by one system. An eddy-current test system based on the E14-440 module has been developed. Quadrature amplitude demodulation and fast Fourier transformation are implemented to analyze the signal. The amplitude, phase, and complex parts of the signal are calculated. It is shown that both methods are applicable and allow elimination of some analog circuits. However, digital signal processing significantly depends on conversion rates and synchronization between generation and pickup of the signal.

Keywords: Eddy-current, digital signal processing, amplitude, phase.

Introduction

Multipurpose hardware-software systems for nondestructive testing and evaluation have great potential [1]. Each nondestructive method employs a great number of different sensors that require corresponding signal processing circuits. Such circuits can represent amplification, signal processing, filtration, etc. However, some signal processing methods can be implemented digitally. These methods are Fourier transformation, signal modulation, filtration, and others. In this way, one device with unified hardware and different software is able to implement a wide range of nondestructive testing methods. Yet, such devices require further investigation.

Methods and materials

One of the key signal processing methods in eddy-current testing is quadrature amplitude modulation [2], which allows the evaluation of the amplitude and phase of the signal. A typical circuit is shown in Fig. 1. Such circuits usually process sinusoidal waves with a single frequency. This scheme provides only four signal characteristics: amplitude, phase, as well as real and imaginary parts of the signal. Moreover, it is complicated to analyze the initial signal from the coil after demodulation and filtration. Thus, pulsed eddy-current techniques often employ signals collected in the air or on the surface of a non-defective specimen as the reference signal [3].

To perform tests, an E14-440 high-speed external input/output module with a USB interface was used. The most significant components are an analog-to-digital converter (ADC), a digital-

to-analog converter, a programmable amplifier, and a USB interface. The main characteristics of the module are described in Table 1.

Measurements were carried out under the following settings:

- ADC rate was set to a maximum of 400 kHz to expand the range of signal frequencies;
- DAC rate was set to 100 kHz. Thus there are four ADC counts per DAC count;
- The refresh rate of most devices ranged between 60 and 120 Hz. Thus the sampling rate should correspond to these values. The buffer size must be a power of 2. For the ADC buffer size of 4096 samples, the data refresh rate was 96.75 Hz. DAC buffer size was smaller by a factor of 4, respectively.

The aforementioned settings allow analyzing signals in frequencies between 97.67 Hz and 12.5 kHz. The frequency range is mostly limited by the DAC rate and the DAC buffer size.

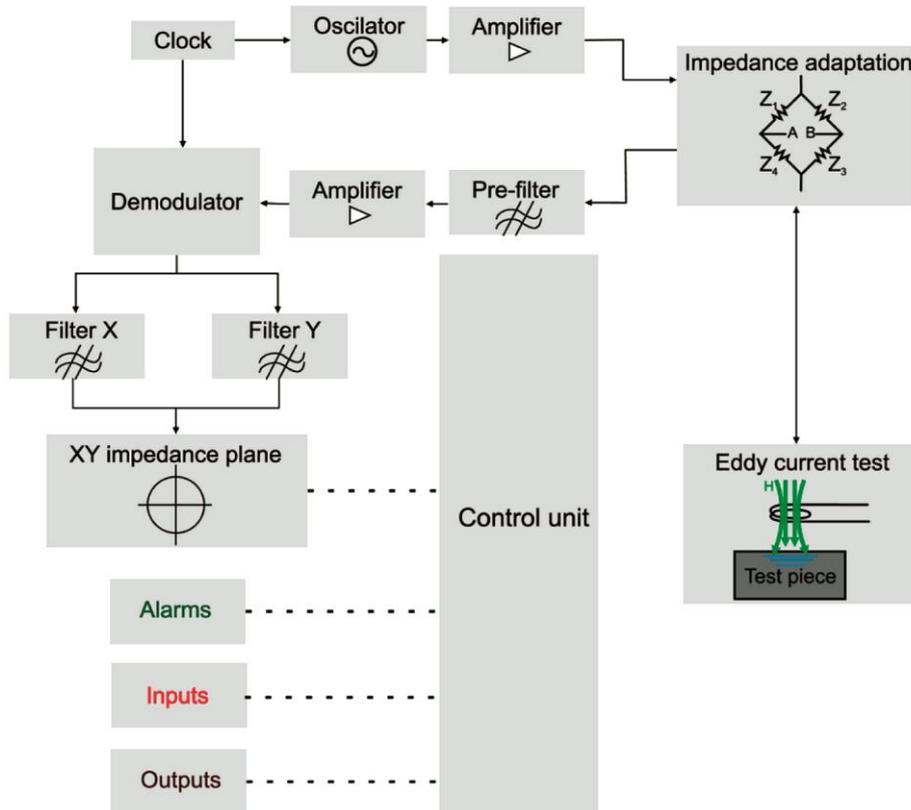


Fig. 1. Block diagram of an analog eddy-current system [2]

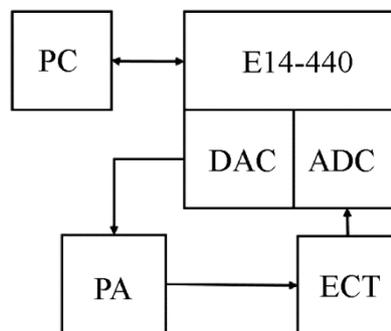


Fig. 2. Block diagram of the test eddy-current system. PC – personal computer, PA – power amplifier, ECT – eddy-current transducer

An encircling coil probe was used for testing. The driving coil has 700 turns of 0.25 mm wire and the pickup coil has 1000 turns of 0.10 wire. The inner diameter of the coils is 11 mm, the length is 80 mm. A standard amplifier scheme based on TDA2006 is used to provide current to the driving coil. The pickup coil is directly connected to the analog input of the module as far as it has an internal voltage amplifier. The voltage of the pickup coil is widely used as a signal for various applications [4–6]. The block diagram of the test eddy-current system is shown in Fig. 2.

Table 1. Specifications of the E24-440 module

Parameter	Typical Value	Units
Number of channels (ADC+DAC)	16+2	–
ADC resolution	14	bit
Input ranges	±10 V; ±2.5 V; ±0.625 V; ±0.156	V
Maximum ADC rate	400	kHz
DAC resolution	12	bit
Output range	±5	V
Maximum DAC rate	125	kHz

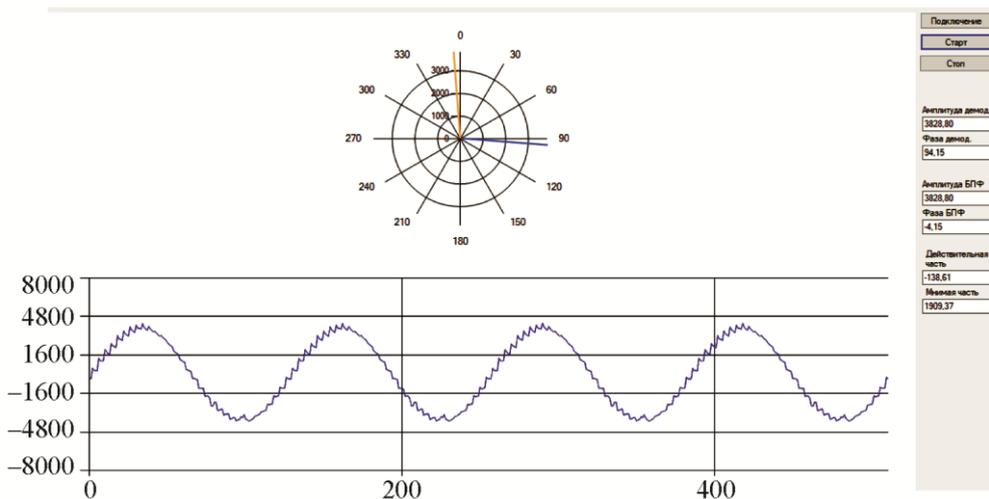


Fig. 3. The graphical user interface of the developed software

Corresponding software was developed to analyze the signal. Quadrature amplitude demodulation (QAD) and fast Fourier transformation (FFT) [7] algorithms were used. The software user interface is represented in Fig. 3. At the upper left part of the interface, the signal is displayed in polar coordinates. At the lower left part of the interface, a signal is displayed in amplitude and time coordinates. The right part of the interface displays amplitude and frequency calculated with QAD and FFT, real and imaginary parts calculated with QAD.

Table 2. Specimen properties

Number	Material	Diameter, mm	Resistivity, $10^{-8} \Omega \cdot m$	Conductivity, MS/m
1	Brass	10.02	6.49	15.42
2	Aluminum	9.57	5.67	17.63
3	Aluminum	9.87	5.76	17.36
4	Steel	10.05	11.47	8.72
5	Steel	9.97	14.20	7.04

Five cylindrical specimens of different materials were used. Electrical conductivity was measured with the four-point method. The properties of the specimens are presented in Table 2. The electrical conductivity of the aluminum specimens is lower than expected.

Results

The absolute values of amplitude, phase, and real and imaginary parts of the signal with different specimens have been measured for different signal frequencies. The E14-440 module has a random delay between the start of the ADC and the DAC. Therefore, the starting values of the phase, real and imaginary parts of the signal are also random. While the ADC and DAC are started, one can measure the change between values with and without specimens. Both the starting value and the value change should be stable. Random delay leads to random relative change in real and imaginary parts for every start of the system. Thus the absolute amplitude value, the absolute amplitude change, and the absolute phase change can be used as meaningful parameters of eddy-current testing for the present system.

The amplitude values calculated with QAD and FFT are equal. The phase values calculated with these methods differ by 90°. On the one hand, QAD allows calculating complex parts of the signal. On the other hand, FFT provides the signal specter. In this way, both methods are valuable, and they should be implemented jointly.

The absolute amplitude changes and the absolute phase changes calculated with QAD for the range of signal frequencies for different specimens are shown in Fig. 4.

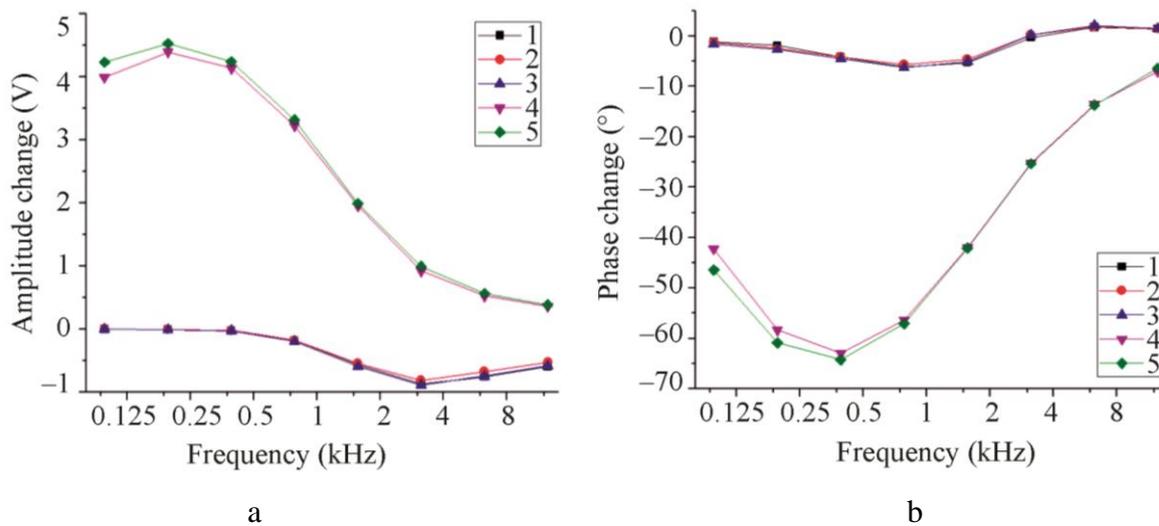


Fig. 4. Absolute amplitude change (a) and absolute phase change (b) for the specimens in the frequency range from 97.67 Hz to 12.5 kHz

The observed changes differ for ferromagnetic (4, 5) and non-ferromagnetic (1–3) specimens in the amplitude value, the phase value, the amplitude sign, the phase sign, and peak frequencies. The ferromagnetic specimens show significant amplitude and phase change at low frequencies. The most suitable frequency to distinguish ferromagnetic objects is 97.67 Hz. Non-ferromagnetic specimens show less significant change in parameters with higher peak frequency. It is also difficult to distinguish non-ferromagnetic objects by amplitude or phase. A more significant difference among the specimens might be expected at even higher frequencies of excitation signal, which is above maximum of the developed system. Therefore, normalized or complex parameters should be used.

Discussion and conclusion

The test system based on an E14-440 module has been developed. Quadrature amplitude demodulation and fast Fourier transformation have been employed in digital signal processing at frequencies of 97.67 Hz to 12.5 kHz. Specimens made of aluminum, brass, and steel have been tested. The developed system provides observation of significant amplitude and phase changes of the signal for various materials, which can be used for material characterization.

The implemented digital methods of signal processing are believed to eliminate the need for analog demodulators and low pass filters. They expand the range of analyzed signals. However, the methods significantly depend on DAC and ADC rates and processing capabilities of processors and microcontrollers used.

Acknowledgments

This work was carried out under the state assignment from the RF Ministry of Education and Science, themes Diagnostics, project no. AAAA-A18-118020690196-3, and Expertise, project no. AAAA-A19-119062590007-2.

References

1. Kostin V.N., Smorodinskii Ya.G. Multipurpose software-hardware systems for active electromagnetic testing as a trend. *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 2017, vol. 53, No. 7, pp. 493–504. DOI: 10.1134/S1061830917070075.
2. García-Martín J., Gómez-Gil J., Vázquez-Sánchez E. Non-Destructive Techniques Based on Eddy Current Testing. *Sensors*, 2011, vol. 11, No. 3, pp. 2525–2565. DOI: 10.3390/s110302525.
3. Zemin C., Mengbao F., Binghua C., Bin H., Jingwei S. Characterization of image sequences of a defect using pulsed eddy current signals. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2021, vol. 534, pp. 168007. DOI: 10.1016/j.jmmm.2021.168007.
4. Wang Y., Fan M., Cao B., Ye B., Wen D. Measurement of coating thickness using lift-off point of intersection features from pulsed eddy current signals. *NDT & E International*, 2020, vol. 116, pp. 102333. DOI: 10.1016/j.ndteint.2020.102333.
5. Wang T., Wu D., Chen W., Yang J. Detection of delamination defects inside carbon fiber reinforced plastic laminates by measuring eddy-current loss. *Composite Structures*, 2021, vol. 268, pp. 114012. DOI: 10.1016/j.compstruct.2021.114012.
6. Mizukami K., Hioki S., Moriyama K., Ogi K., Miyaji W., Kimura K. Eddy-current array-probe technique for imaging near-surface and deep-lying delaminations in multidirectional carbon fiber composites. *Composite Structures*, 2021, vol. 276, pp. 114537. DOI: 10.1016/j.compstruct.2021.114537.
7. Tretter S.A. *Communication System Design Using DSP Algorithms*, College Park, MD, Springer US, 2008, 352 p.

Received: 22.10.2021

Revised: 16.12.2021

Accepted: 24.12.2021

DOI: 10.17804/2410-9908.2021.6.037-044

STUDYING THE PROCESS OF PULSED LOADING OF A WATER-FILLED CYLINDRICAL CONTAINER

I. I. Valov

*Chelyabinsk State University, Miass Branch,
1 Kerchenskaya St., Miass, Chelyabinsk Region, 456313, Russian Federation
South Ural Federal Scientific Center of Mineralogy and Geoecology,
Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Ilmeny Reserve,
Miass, Chelyabinsk Region, 456317, Russian Federation*

 <https://orcid.org/0000-0001-9790-2788>  ofpat@mail.ru

Corresponding author. E-mail: vii_1982@mail.ru

Address for correspondence: Pr. Oktyabrya, 16, Miass, Chelyabinsk Region, 456318, Russian Federation
Tel.: +7 (3513) 25 55 43; (3513) 59 15 51

The paper solves the problem of determining the pressure field in a liquid during experimental testing of the motion of objects under water. A calculation method is given for determining the pressure field on the walls of a cylindrical container during the intensive development of a spherical gas cavity in a liquid. The presence of solid container walls is taken into account by placing fictitious sources on them with an intensity that ensures the fulfillment of the non-leakage condition. The law of development of a gas bubble, similar to the Rayleigh equation, is derived; the mass of gas in the bubble is determined in accordance with the Saint-Venant equation. The pressure at the container point of interest to the researcher is calculated with the use of the Cauchy-Lagrange integral. The constructed method makes it possible to estimate the loads on the experimental stand in the event of an emergency situation.

Keywords: hydrodynamic experiment, pressure field in a liquid.

References

1. Kochin N.E., Kibel I.A., Roze N.V. *Teoreticheskaya gidromekhanika* [Theoretical Hydro-mechanics]. Moscow, Fizmatgiz Publ., 1964, vol. 1, 584 p. (In Russian).
2. Milne-Thompson L. M. *Teoreticheskaya gidromekhanika* [Theoretical Hydrodynamics]. Moscow, Mir Publ., 1964, 660 p. (In Russian).
3. Sedov L.I. *Mekhanika sploshnoy sredy* [Continuum Mechanics]. Moscow, Nauka Publ., 1970, vol. 2, 568 p. (In Russian).
4. Chizhiumov S.D. *Osnovy gidromekhaniki* [Fundamentals of Hydrodynamics: a tutorial]. Komsomolsk-on-Amur, KnAGTU Publ., 2007, 106 p. (In Russian).
5. Degtyar V.G., Pegov V.I. *Gidromekhanika ballisticheskikh raket podvodnykh lodok* [Submarine Ballistic Missile Hydrodynamics]. Miass, KB im. Akad. V.P. Makeeva Publ., 2004, 256 p. (In Russian).
6. Degtyar V.G., Pegov V.I., Merkulov E.S. Numerical simulation of the evolution of the cavity boundary during torpedo launch. *Vestnik YuURGU. Seriya Matematicheskoe Modelirovanie i Programirovanie*, 2013, 6 (1), pp. 5–12. (In Russian).
7. Spevak L.F., Nefedova O.A. Parallelizing the Solution of the Nonlinear Heat Conduction Problem with the Application of the Opencl Library. *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures*, 2016, iss. 6, pp. 80–91. DOI: 10.17804/2410-9908.2016.6.080-091. Available at: http://dream-journal.org/issues/2016-6/2016-6_113.html (accessed: 12.12.2018).

8. Kazakov A.L., Spevak L.F., Nefedova O.A. Simultaneous Application of the Boundary Element Method and the Power Series Method for Solving a Two-Dimensional Problem of Heat Wave Motion. *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures*, 2017, iss. 6, pp. 6–15. DOI: 10.17804/2410-9908.2017.6.006-015. Available at: http://dream-journal.org/issues/2017-6/2017-6_151.html (accessed: 12.12.2018).
9. Pegov V.I., Moshkin I.Yu. Applying the Method of Plane Sections for Evaluating the Parameters of Flight Vehicles under Multiphase Flow. *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures*, 2020, iss. 4, pp. 48–61. DOI: 10.17804/2410-9908.2020.4.048-061. Available at: http://dream-journal.org/issues/2020-4/2020-4_299.html (accessed: 23.12.2021).
10. Pegov V.I., Moshkin I.Yu. Applying An Updated Method of Markers to Defining Transient Force Impact under Multiphase Flowing. *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures*, 2020, iss. 5, pp. 45–57. DOI: 10.17804/2410-9908.2020.5.045-057. Available at: http://dream-journal.org/issues/2020-5/2020-5_300.html (accessed: 23.12.2021).

Подана в журнал: 22.10.2021

УДК 532.5

DOI: 10.17804/2410-9908.2021.6.037-044

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИМПУЛЬСНОГО НАГРУЖЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЕМКОСТИ, ЗАПОЛНЕННОЙ ВОДОЙ

И. И. Валов

*Миасский филиал ФГБОУ ВО «ЧелГУ»,
1, ул. Керченская, Челябинская область, г. Миасс, 456313, Российская Федерация
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Южно-Уральский федеральный научный центр
минералогии и геоэкологии Уральского отделения Российской академии наук,
тер. Ильменский заповедник, г. Миасс, Челябинская область, 456317, Российская Федерация*

 <https://orcid.org/0000-0001-9790-2788>  ofpat@mail.ru

Электронный адрес: vii_1982@mail.ru

Адрес для переписки: пр. Октября, 16, г. Миасс, Челябинская область, 456318, Российская Федерация
Тел.: (3513) 25–55–43; (3513) 59–15–51

Статья посвящена решению задачи определения поля давлений в жидкости при экспериментальной отработке движения объектов под водой. Приводится методика расчетов по определению поля давлений на стенки цилиндрической емкости при интенсивном развитии в жидкости сферической газовой полости. Наличие твердых стенок емкости учитывается путем размещения на них фиктивных источников с интенсивностью, обеспечивающей выполнение условия непротекания. Выведен закон развития газового пузыря, аналогичный уравнению Рэлея, масса газа в пузыре определена в соответствии с уравнением Сен–Венана. Давление в интересующей исследователя точке емкости находится с использованием интеграла Коши–Лагранжа. Построенная методика дает возможность оценить нагрузки на экспериментальный стенд в случае возникновения нештатной ситуации.

Ключевые слова: гидродинамический эксперимент, поле давлений в жидкости.

1. Введение

При исследовании вопросов движения подводных аппаратов на экспериментальных установках всегда существует риск возникновения нештатных ситуаций, связанных с отказом материальной части. Одним из возможных случаев является разрушение энергоузла, приводящего в движение модель подводного аппарата, в результате чего за короткий отрезок времени в ограниченную область внутри жидкости высвобождается достаточно большая масса газа, что приводит к значительному повышению давления внутри экспериментальной установки.

Поиск точного решения большинства практических задач гидродинамики, описываемых системами нелинейных дифференциальных уравнений (как правило, в форме задачи Коши или уравнений Навье–Стокса), сопряжен с большими трудностями, поэтому специалисты часто обращаются к численным методам решения. При этом для практика-экспериментатора, сталкивающегося с необходимостью в сжатые сроки спланировать и провести серию экспериментов, актуальна задача описания исследуемого процесса инженерной математической моделью, допускающей меньшую точность решения по сравнению с решением, полученным с помощью более точных сеточных методов, но позволяющей предсказать характер исследуемого процесса, диапазоны и периоды нарастания измеряемых величин, а также за короткое время без применения кластерных технологий просчитать несколько вариантов с различными условиями эксперимента. В рассматриваемом случае исследователю желательно владеть методикой оценки возникающих давле-

ний, чтобы обоснованно выбрать параметры заряда энергоузла, не приводящие к разрушению модельной установки, а также обоснованно выбрать запас прочности при проектировании новых экспериментальных стендов.

Инженерная модель развития газовой каверны, формируемой при выходе объекта из расположенной под водой стартовой установки, построена в монографии [5], а в работе [6] рассматривается алгоритм решения задачи методом конечных элементов и приводятся результаты расчета. Построению и практической реализации методов решения задач механики сплошных сред, описывающих высокоинтенсивные процессы, сопровождающиеся значительным изменением одной из величин за малые промежутки времени, посвящены исследования [7, 8]. Полученные результаты дают возможность существенно повысить точность решения и сократить необходимое для расчета время. Вопросам взаимодействия подводных и летательных аппаратов с многофазными потоками и возникающим при этом нагрузкам на конструкцию посвящены исследования [9, 10], при этом задача решается методами численного имитационного моделирования на вычислительном кластере.

В настоящей работе предложена инженерная математическая модель расчета силового нагружения вертикально расположенной цилиндрической емкости (радиус емкости R , заполненной водой на высоту L) в случае интенсивного развития в ней единичной газовой полости, пригодная для проведения в короткий срок серии расчетов на обычном персональном компьютере.

2. Постановка задачи и методы решения

Будем решать задачу при следующих допущениях:

- жидкость невязкая и несжимаемая, ее движение потенциальное. В начальный момент времени жидкость находится в состоянии покоя;
- газовая полость развивается, сохраняя сферическую форму, и движется строго вверх с известной скоростью U ;
- изменением уровня жидкости в экспериментальной установке пренебрегаем.

Газовую полость будем рассматривать как особенность – источник. Обильность такого источника Q определяется объемом жидкости, переносимым через контрольную поверхность (пусть это сфера известного радиуса) в единицу времени. В силу сделанного предположения о невязкой и несжимаемой жидкости $Q = \frac{dV}{dt}$ и для потенциала источника

также имеем: $\Phi = \frac{1}{4\pi\rho} \frac{dV}{dt}$. Здесь ρ – расстояние от центра особенности до точки, значение потенциала в которой нас интересует, V – объем полости [2].

Условие непротекания на границе области $\frac{\partial\Phi}{\partial n} = 0$ удовлетворим следующим образом:

- изменение радиуса газовой сферы (a – радиус газовой полости; \mathcal{E} – скорость его изменения) учтем, разместив на каждом участке цилиндрической поверхности площадью dS (нижнее основание и боковые стенки) фиктивный элементарный источник с обильностью [4]:

$$dQ = \frac{dS \cdot \left(\frac{\rho}{h}, \frac{\rho}{\rho_1} \right)}{4\pi\rho_1^2} \frac{dV}{dt} = \frac{a^2 \mathcal{E} dS \cdot \left(\frac{\rho}{h}, \frac{\rho}{\rho_1} \right)}{\rho_1^2};$$

– движение сферы вверх со скоростью U учтем, разместив симметрично плоскости нижнего основания цилиндрической области фиктивную сферу, движущуюся со скоростью U в противоположном направлении (рис. 1).

Тогда итоговый потенциал течения в рассматриваемой области, учитывающий влияние источника – газовой полости, фиктивных источников на стенках экспериментальной установки и дополнительной фиктивной сферы, запишется как [2, 4]:

$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{a^2 \mathcal{E}}{\rho_3} + \int_0^R \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{4\pi(\rho_1 + \rho_2)} \frac{1}{4\pi\rho_1^2} \left(\frac{\rho}{h}, \frac{\rho}{|\rho_1|} \right) \frac{dV}{dt} \right] r dr d\varphi + \\ &+ \int_0^L \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{4\pi(\rho_1 + \rho_2)} \frac{1}{4\pi\rho_1^2} \left(\frac{\rho}{h}, \frac{\rho}{|\rho_1|} \right) \frac{dV}{dt} \right] R dz d\varphi + \frac{1}{2} U a^3 \left[\frac{\cos\theta_1}{\rho_3} + \frac{\cos\theta_2}{\rho_4} \right] = \\ &= \frac{a^2 \mathcal{E}}{\rho_3} + \int_0^R \int_0^{2\pi} \left[\frac{a^2 \mathcal{E}}{4\pi(\rho_1 + \rho_2)\rho_1^2} \left(\frac{\rho}{h}, \frac{\rho}{|\rho_1|} \right) \right] r dr d\varphi + \\ &+ \int_0^L \int_0^{2\pi} \left[\frac{a^2 \mathcal{E}}{4\pi(\rho_1 + \rho_2)\rho_1^2} \left(\frac{\rho}{h}, \frac{\rho}{|\rho_1|} \right) \right] R dz d\varphi + \frac{1}{2} U a^3 \left[\frac{\cos\theta_1}{\rho_3} + \frac{\cos\theta_2}{\rho_4} \right]. \end{aligned}$$

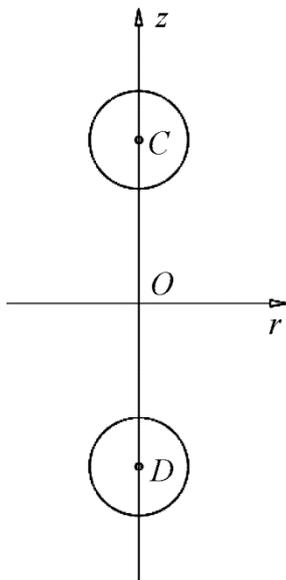


Рис. 1. Реальная и фиктивная сферы

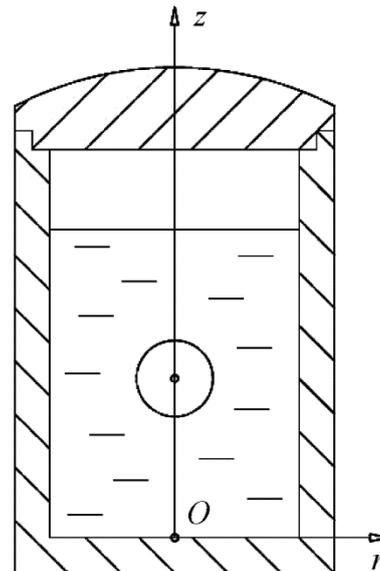


Рис. 2. Экспериментальная установка в разделе

Перейдем к цилиндрической системе координат, начало которой расположим в центре нижнего основания цилиндрической области, в которой ищем решение задачи, ось z направим вверх по оси цилиндра (рис. 2).

Обозначим: $C(r_C, \varphi_C, z_C)$ – координаты центра газовой полости; $A(r_A, \varphi_A, z_A)$ – координаты точки, значение давления в которой нас интересует. Тогда:

$\rho_1 = \sqrt{r^2 + r_C^2 - 2rr_C \cdot \cos(\varphi - \varphi_C) + (z - z_C)^2}$ – расстояние от центра газовой полости до точки с координатами (r, φ, z) , расположенной на границе области;

$\rho_2 = \sqrt{r^2 + r_A^2 - 2rr_A \cdot \cos(\varphi - \varphi_A) + (z - z_A)^2}$ – расстояние от точки с координатами (r, φ, z) , расположенной на границе области, до точки, значение потенциала (и давления) в которой нас интересует;

$\rho_3 = \sqrt{r_A^2 + r_C^2 - 2r_A r_C \cdot \cos(\varphi_A - \varphi_C) + (z_A - z_C)^2}$ – расстояние от центра сферической полости до точки $A(r_A, \varphi_A, z_A)$;

$\rho_4 = \sqrt{r_A^2 + r_D^2 - 2r_A r_D \cdot \cos(\varphi_A - \varphi_D) + (z_A - z_D)^2} = \sqrt{r_A^2 + r_C^2 - 2r_A r_C \cdot \cos(\varphi_A - \varphi_C) + (z_A + z_C)^2}$ – расстояние от центра фиктивной сферической полости до точки $A(r_A, \varphi_A, z_A)$.

Тогда давление в произвольной точке области $A(r_A, \varphi_A, z_A)$ может быть найдено из интеграла Коши–Лагранжа [3]:

$$\frac{P - P_{cm}}{\rho} = \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)^2, \quad (1)$$

где P_{cm} – гидростатическое давление на глубине расположения газовой полости; ρ – плотность жидкости.

Рассмотрим случай, когда расположенный на оси z центр газовой полости (имеет координаты $C(0,0, z_C)$) (рис. 2). В этом случае формулы упрощаются. Проводя дифференцирование, получаем:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \left(2a \frac{d\alpha}{dt} + a^2 \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \right) \left[\int_0^L \int_0^{2\pi} \frac{R^2}{(\rho_1 + \rho_2) \rho_1^3} dz d\varphi + \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{r \cdot z_C}{(\rho_1 + \rho_2) \rho_1^3} dr d\varphi + \frac{1}{\rho_3} \right];$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} = -a^2 \frac{d\alpha}{dt} \left[\int_0^L \int_0^{2\pi} \frac{R^2}{(\rho_1 + \rho_2)^2 \rho_1^3} d\varphi dz + \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{r \cdot z_C}{(\rho_1 + \rho_2)^2 \rho_1^3} dr d\varphi + \frac{1}{\rho_3^2} \right] - \frac{1}{2} U a^3 \left[\frac{\cos \theta_1}{\rho_3^2} + \frac{\cos \theta_2}{\rho_4^2} \right];$$

$$z_C = z_C(0) + \int_0^t U dt.$$

Данные об изменении $a(t)$, $\frac{d\alpha}{dt}$, $\frac{d^2 \alpha}{dt^2}$, необходимые для проведения расчета по формуле (1), при известном законе изменения давления в газовой полости $P_0(t)$ могут быть получены при решении уравнения Релея[1], описывающего процесс развития одиночной сферической полости в объеме невязкой, несжимаемой и лишенной капиллярных свойств жидкости:

$$\frac{d^2 \alpha}{dt^2} + \frac{3}{2} \frac{d\alpha}{dt} = \frac{P_0(t)}{\rho} - F(0,0,0,t).$$

В правой части уравнения Релея учитывается действие источников, расположенных на боковой поверхности цилиндрической емкости. В рассматриваемом случае уравнение перепишем как

$$\mathcal{E}^2 + \frac{3}{2}\mathcal{E} = \frac{P_o(t)}{\rho} - \frac{P_{cm}}{\rho} - \left(2a\mathcal{E} + a^2\mathcal{E}\right) \left[\int_0^L \int_0^{2\pi} \frac{R^2}{(\rho_1 + \rho_2)\rho_1^3} dzd\varphi + \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{r \cdot z_C}{(\rho_1 + \rho_2)\rho_1^3} \right] +$$

$$+ \frac{1}{2} \left[-a^2 \int_0^L \int_0^{2\pi} \frac{R^2}{(\rho_1 + \rho_2)^2 \rho_1^3} dzd\varphi - a^2 \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{r \cdot z_C}{(\rho_1 + \rho_2)^2 \rho_1^3} drd\varphi + \frac{Ua^3}{8z_C^2} \right]$$

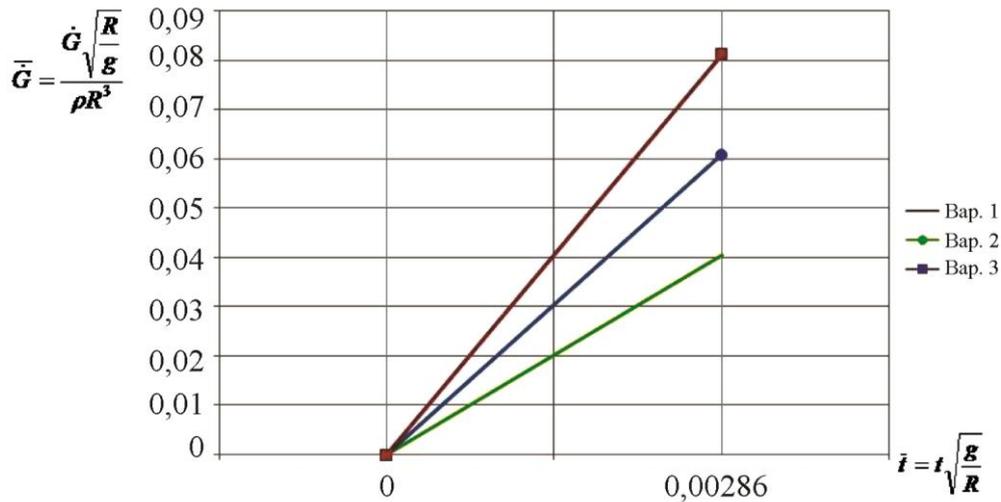


Рис. 3. Расход газа, поступающего в полость

Давление в газовой полости $P_o(t)$ определим из уравнения состояния идеального газа: $P_o(t) = \frac{3mR_g T}{4\pi a^3}$, где R_g – газовая постоянная; T – температура газа в полости;

$m(t) = m_0 + \int_0^t G dt$ – масса газа в полости; G – расход поступающего в полость газа.

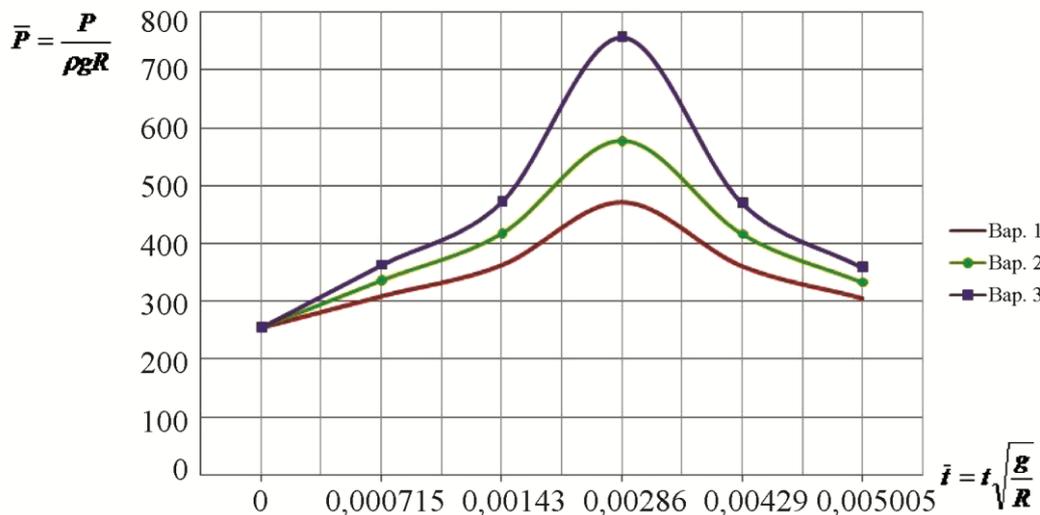


Рис. 4. Давление на стенки установки в ближайшей к газовой сфере точке

3. Результаты

Расчет проведем для цилиндрической емкости радиусом 1,2 м (принятым за характерный линейный размер), заполненной водой на 4 м. На рис. 3 приведены графики расходов газа для трех расчетных случаев. Графики давления в ближайшей к источнику точке, расположенной на стенке экспериментальной установки, представлены на рис. 4.

4. Заключение

Приведенная методика расчета дает возможность определить поле давлений при интенсивном развитии находящейся под водой газовой полости и нагрузки на экспериментальную установку.

Литература

1. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. – Москва : Физматгиз, 1963. – Т.1. – 584 с.
2. Милн-Томпсон Л. М. Теоретическая гидродинамика. – Москва : Мир, 1964. – 660 с.
3. Седов Л. И. Механика сплошной среды. – Москва : Наука, 1970. – Т. 2. – 568 с.
4. Чижиумов С. Д. Основы гидродинамики : учеб. пособие. – Комсомольск-на-Амуре : КНАГТУ, 2007. – 106 с.
5. Дегтярь В. Г., Пегов В. И. Гидродинамика баллистических ракет подводных лодок. – Миасс : КБ им. акад. В. П. Макеева, 2004. – 256 с.
6. Дегтярь В. Г., Пегов В. И., Меркулов Е. С. Численное моделирование эволюции границы каверны при пуске торпеды // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математическое моделирование и программирование». – 6 (1). – 2013 – С. 5–12.
7. Спевак Л. Ф., Нефедова О. А. Распараллеливание решения нелинейной задачи теплопроводности с использованием библиотеки OPENCL. – URL: http://dream-journal.org/issues/2016-6/2016-6_113.html (дата обращения: 23.12.2021).
8. Kazakov A. L., Spevak L. F., Nefedova O. A. Simultaneous Application of the Boundary Element Method and the Power Series Method for Solving a Two-Dimensional Problem of Heat Wave Motion // *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures*. – 2017. – Iss. 6. – P. 6–15. – DOI: 10.17804/2410-9908.2017.6.006-015. – URL: http://dream-journal.org/issues/2017-6/2017-6_151.html (accessed: 12.12.2018).
9. Pegov V. I., Moshkin I. Yu. Applying the Method of Plane Sections for Evaluating the Parameters of Flight Vehicles under Multiphase Flow // *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures*. – 2020. – Iss. 4 – P. 48–61. – DOI: 10.17804/2410-9908.2020.4.048-061. – URL: http://dream-journal.org/issues/2020-4/2020-4_299.html (accessed: 23.12.2021).
10. Pegov V. I., Moshkin I. Yu. Applying an Updated Method of Markers to Defining Transient Force Impact under Multiphase Flowing // *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures*. – 2020. – Iss. 5. – P. 45–57. – DOI: 10.17804/2410-9908.2020.5.045-057. – URL: http://dream-journal.org/issues/2020-5/2020-5_300.html (accessed: 23.12.2021).

Received: 09.10.2021
Revised: 09.12.2021
Accepted: 24.12.2021
DOI: 10.17804/2410-9908.2021.6.045-053

DETERMINATION OF THE SURFACE OF DEFECT LOCATION AND RESTORATION OF ITS GEOMETRIC PARAMETERS BY THE MFL METHOD WITH ONE-SIDED ACCESS TO THE FERROMAGNETIC PLATE

A. V. Nikitin^{a)*}, A. V. Mikhaylov^{b)}, Yu. L. Gobov^{c)}, and S. E. Popov^{d)}

*M.N. Miheev Institute of Metal Physics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences,
 18 S. Kovalevskoy St., Ekaterinburg, 620108, Russian Federation*

- a)  <https://orcid.org/0000-0002-4448-9835>  an@imp.uran.ru;
 b)  <https://orcid.org/0000-0001-9342-8986>  mikhaylov@imp.uran.ru;
 c)  <https://orcid.org/0000-0003-3986-2479>  go@imp.uran.ru;
 d)  <https://orcid.org/0000-0002-0041-8760>  sergeyeduardovichpopov@gmail.com

*Corresponding author: E-mail: an@imp.uran.ru

Address for correspondence: ul. S. Kovalevskoy, 18, Ekaterinburg, 620108, Russian Federation
 Tel.: +7 (343) 378 38 85

The paper presents a theoretical and experimental confirmation of the technique allowing the surface of defect location and its geometric parameters to be determined from measuring the values of the magnetic field components above one of the surfaces of a magnetically soft ferromagnetic plate. The technique allows one to take into account the nonlinearity of the response of a ferromagnet to an external magnetostatic field.

Keywords: magnetically soft ferromagnet, metal surface discontinuity defect, polar and tangential magnetization, MFL method, scalar potential of magnetostatic field, equipotential surface, magnetic field line, inverse geometric problem of magnetostatics, defect characterization.

Acknowledgment

The work was carried out under the state assignment on the topic of Diagnostics, No. AAAA-A18-118020690196-3.

References

1. Available at: <https://pipelineoperators.org/>
2. Available at: https://ntcngd.com/uslugi/article_post/vnutritrubnaya-diagnostika-spomoshchyu-magnitnykh-defektoskopov-vysokogo-razresheniya
3. Bolshakova V.V., Kukin N.A., Dymkin G.Ya. On possibility of NDT magnetic methods for evaluation of strain-stress state of pipelines. *Izvestiya peterburgskogo universiteta putey soobshcheniya*, 2014, No. 4 (41), pp. 92–98. (In Russian).
4. Slesarev D.A., Abakumov A.A. Data processing and representation in the MFL method for nondestructive testing. *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 2013, vol. 49 (9), pp. 493–498. DOI: 10.1134/S106183091309009X.
5. Kanaykin V.A. *Vnutritrubnaya magnitnaya defektoskopiya magistralnykh truboprovodov* [In-line magnetic flaw detection of main pipelines, ed. by A.F. Matvienko]. Ekaterinburg, UrO RAN Publ., 2009, 307 p.

6. Dyakin V.V., Kudryashova O.V., Raevskii V.Y. Stray field of plate with a surface defect in a homogeneous external field. *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 2018, vol. 54, No. 12, pp. 840–848. DOI: 10.1134/S1061830918120033.
7. Gobov Yu.L., Nikitin A.V., Popov S.E. Solving the Inverse Geometric Problem of Magnetostatics for Corrosion Defects. *Russian Journal of nondestructive testing*, 2018, vol. 54, pp. 726–732. DOI: 10.1134/S1061830918100042.
8. Gobov Yu.L., Nikitin A.V., Popov S.E. Solving the Inverse Geometric Problem of Magnetostatics for Corrosion Defects with Allowance for Nonlinear Properties of Ferromagnet. *Russian Journal of nondestructive testing*, 2018, vol. 54, pp. 849–854. DOI: 10.1134/S1061830918120045.
9. Nikitin A.V., Mikhaylov A.V., Petrov A.S., Popov S.E., Gobov Yu.L. A technique for practical reconstruction of the shape parameters of two-dimensional surface defects taking into account the nonlinear properties of a ferromagnet. *Defektoskopiya*, 2021, vol. 12, pp. 46–55. DOI: 10.31857/S0130308221120058.
10. Gobov Yu.L., Popov S.E. Reconstructing the topography of surface defects of ferromagnets in a normal magnetization field. *Russian journal of nondestructive testing*, 2021, vol. 57, pp. 303–309. DOI: 10.1134/S1061830921040057.
11. Jackson J.D. Klassicheskaya elektrodinamika [Jackson John David. Classical electrodynamics, New York–London : John Wiley&Sons, Inc., 1962], Rus. transl., Moscow, Mir Publ., 1965, 702 p.

Подана в журнал: 09.10.2021

УДК 620.179.14

DOI: 10.17804/2410-9908.2021.6.045-053

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОКАЛИЗАЦИИ ДЕФЕКТА, А ТАКЖЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ МЕТОДОМ MFL ЕГО ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПРИ ОДНОСТОРОННЕМ ДОСТУПЕ К ФЕРРОМАГНИТНОЙ ПЛАСТИНЕ

А. В. Никитин^{а)*}, А. В. Михайлов^{б)}, Ю. Л. Гобов^{в)}, С. Э. Попов^{г)}

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт физики металлов им. М.Н. Михеева Уральского отделения Российской академии наук,
д. 18, ул. С. Ковалевской, Екатеринбург, 620108, Российская Федерация*

- а)  <https://orcid.org/0000-0002-4448-9835>  an@imp.uran.ru;
б)  <https://orcid.org/0000-0001-9342-8986>  mikhaylov@imp.uran.ru;
в)  <https://orcid.org/0000-0003-3986-2479>  go@imp.uran.ru;
г)  <https://orcid.org/0000-0002-0041-8760>  sergeyduardovichpopov@gmail.com

*Ответственный автор. Электронная почта: an@imp.uran.ru

Адрес для переписки: Российская Федерация, 620108, г. Екатеринбург, ул. С. Ковалевской, 18

Тел.: +7 (343)378–38–85

Представлено теоретическое и экспериментальное подтверждение методики позволяющей определять поверхность расположения дефекта и его геометрические параметры по результатам измерений величин компонент магнитного поля над одной из поверхностей магнитомягкой ферромагнитной пластины. Методика учитывает нелинейность отклика ферромагнетика на внешнее магнитостатическое поле.

Ключевые слова: магнитомягкий ферромагнетик, поверхностный дефект потери сплошности металла, полюсное и тангенциальное намагничивание, метод MFL, скалярный потенциал магнитостатического поля, эквипотенциальная поверхность, силовая магнитная линия, обратная геометрическая задача магнитостатики, дефектометрия.

1. Введение

Настоящая работа посвящена определению геометрических параметров поверхностных дефектов потери сплошности металла (магнитомягкого ферромагнетика) методом MFL в тангенциальном намагничивающем поле, а также в нормальном к поверхности пластины магнитном поле. В работе не рассматриваются трещины и трещиноподобные дефекты (определения дефектов можно найти в [1]).

Стали, представляющие собой магнитомягкие ферромагнетики, используются во многих отраслях промышленности и на транспорте. В частности, трубы магистральных трубопроводов, бурильные и насосно-компрессорные трубы изготавливают из магнитомягких ферромагнетиков.

Широкое распространение метода MFL (стандартно используется тангенциальное намагничивание) для диагностики пластин из ферромагнитных материалов обусловлено следующими факторами: портативностью первичных преобразователей, отсутствием особых требований к подготовке поверхности металла, высокой скоростью сканирования, простотой автоматизации измерений [2–4]. При этом во многих отраслях индустрии и на транспорте типичной является ситуация, когда магнитное поле удается измерить лишь на одной из поверхностей прямой или изогнутой металлической пластины. В этой ситуации при помощи только метода MFL невозможно указать, на какой поверхности расположен дефект. Вместе с

тем в настоящее время метод MFL является индикаторным методом и, если требуется более точное определение геометрических параметров дефектов, то как правило проводят дополнительную обработку полученных методом MFL магнитограмм; сигналы от дефектов на магнитограмме сравнивают с сигналами эталонных дефектов [5–6].

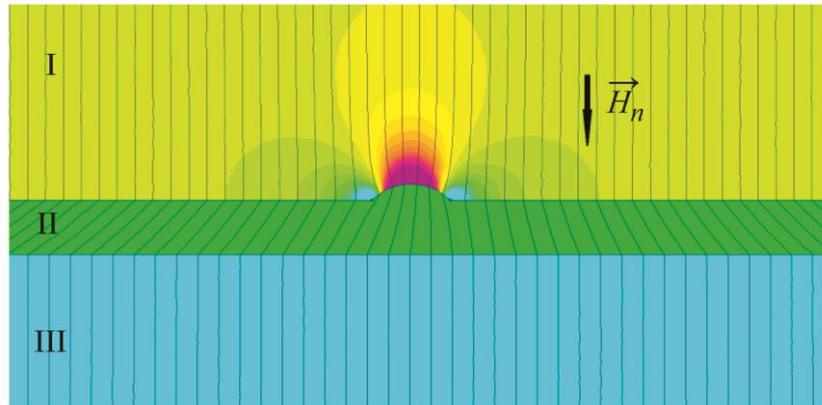


Рис. 1. Распределение силовых линий статического магнитного поля вблизи дефекта типа «наплавка» при нормальном намагничивании. *I* – область воздуха между системой намагничивания и пластиной, в этой области расположены магнитные преобразователи; *II* – металлическая пластина; *III* – область воздуха за металлической пластиной.
 \vec{H}_n – поле намагничивания

Реализация методики, в которой определяются поверхность расположения дефекта и его геометрические параметры, позволит осуществлять дефектometriю поверхностных дефектов потери сплошности металла в автоматическом режиме, что станет базой для создания использующих MFL метод приборов нового поколения.

В этих целях были проведены численное и экспериментальное исследования по возможности определения геометрических параметров поверхностных дефектов MFL методом как при стандартном тангенциальном намагничивании пластины [7–9], так и при намагничивании пластины нормальным к ее поверхности магнитным полем [10].

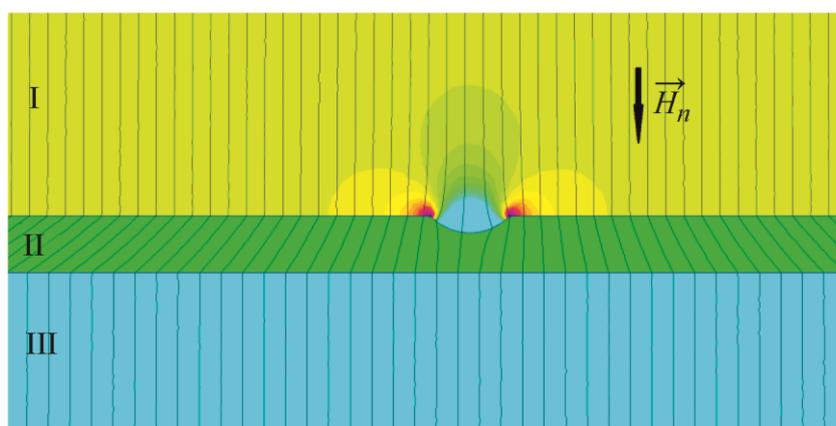


Рис. 2. Распределение силовых линий статического магнитного поля вблизи дефекта потери металла при нормальном намагничивании: *I* – область воздуха между системой намагничивания и пластиной, в этой области расположены магнитные преобразователи; *II* – металлическая пластина; *III* – область воздуха за металлической пластиной;
 \vec{H}_n – поле намагничивания

На рис. 1–4 показаны результаты решения прямой задачи магнитостатики, полученные в пакете FEMM [10]. На всех рисунках подразумевается, что магнитные преобразователи находятся в области *I*, на расстоянии 2 мм от бездефектной поверхности ферромагнетика. Область металлической пластины (обозначена на рисунках римской цифрой *II*) содержит как дефекты потери металла, так и дефекты типа «наплавка». Из рисунков следует, что при нормальном намагничивании пластины магнитные преобразователи принимают сигналы только от дефектов, расположенных на ближайшей к преобразователям поверхности пластины (рис. 1–3). Сигналы от дефектов с противоположной поверхности экранируются магнитомягким материалом. При тангенциальном намагничивании пластины магнитные преобразователи получают сигналы от дефектов, расположенных на обеих поверхностях пластины (рис. 4). Это позволяет определить поверхность, на которой расположен тот или иной дефект.

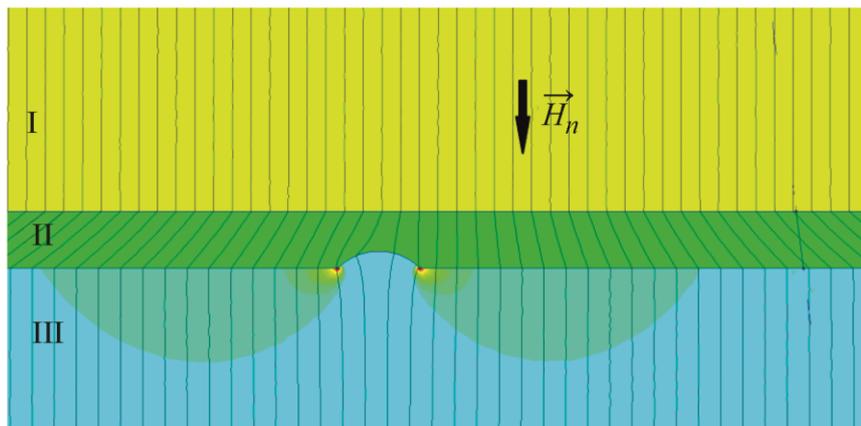


Рис. 3. Распределение силовых линий статического магнитного поля вблизи дефекта потери металла, расположенного на противоположной к магнитным преобразователям поверхности пластины, при нормальном намагничивании: *I* – область воздуха между системой намагничивания и пластиной, в этой области расположены магнитные преобразователи; *II* – металлическая пластина; *III* – область воздуха за металлической пластиной; \vec{H}_n – поле намагничивания

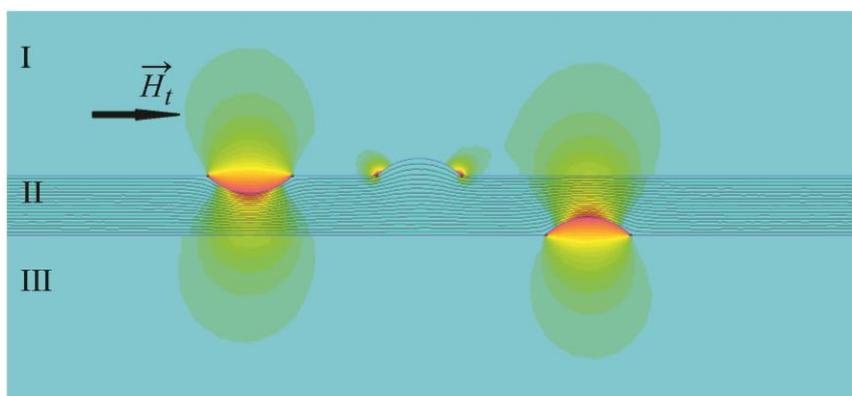


Рис. 4. Силовые линии и изолинии магнитного поля рассеяния дефектов при тангенциальном намагничивании: *I* – область воздуха между системой намагничивания и пластиной, в этой области расположены магнитные преобразователи; *II* – металлическая пластина; *III* – область воздуха за металлической пластиной; \vec{H}_t – поле намагничивания

2. Определение геометрических параметров поверхностных дефектов методом MFL в тангенциальном стационарном намагничивающем поле

В случае тангенциального намагничивания определим геометрические параметры дефектов, расположенных на противоположной от магнитных преобразователей поверхности пластины (рис. 4, дефект справа на нижней поверхности металла).

Для приближенного решения обратной геометрической задачи магнитостатики воспользуемся тем фактом, что выход магнитного потока из металла в магнитомягких ферромагнетиках даже в области дефекта составляет всего лишь несколько процентов, которым можно пренебречь. Далее, восстановив поле в металле от верхней поверхности к нижней и даже ниже, считая, что ниже всюду находится металл, можно построить 2 силовые линии (в двухмерном случае): одну на уровне верхней бездефектной границы пластины, другую – на уровне нижней границы пластины, содержащей дефект начиная с бездефектной области. Выход магнитного потока между этими двумя линиями невозможен (силовые линии не пересекаются), кроме того, форма силовой магнитной линии на нижней поверхности пластины соответствует измеренному в области I магнитному полю рассеяния дефекта. Таким образом, можно с хорошей точностью определить глубину дефекта. Раскрытие дефекта удобнее оценивать по топографии магнитного поля, например на границе металл–воздух со стороны металла.

Для восстановления поля в металле используем следующую методику. По измеренным компонентам поля в области I (вблизи границы металл–воздух со стороны воздуха), используя выражения сопряжения на границе двух сред, можно пересчитать компоненты напряженности магнитного поля и магнитной индукции на границу металл–воздух со стороны металла. Эти компоненты магнитного поля, а также их производные по оси абсцисс будут начальными условиями для дальнейшей процедуры.

С учетом нелинейной зависимости $\vec{B}(|\vec{H}|)$ запишем уравнения Максвелла для ферромагнитной среды – в случае магнитостатики:

$$\operatorname{div}\vec{B} = 0; \operatorname{rot}\vec{H} = 0; \vec{B} = \mu(|\vec{H}|) * \vec{H}, \quad (1)$$

где \vec{B} и \vec{H} – векторы магнитной индукции и напряженности магнитного поля соответственно, а $|\vec{H}| = \sqrt{(H_x)^2 + (H_z)^2}$.

В качестве зависимости $\mu(H)$ возьмем известную зависимость $\mu(H)$ для стали 20.

Перепишем систему уравнений (1) в форме конечных разностей – в формулировке задачи Коши (2). Начальные условия для задачи Коши на уровне Z_0 (значения $B_z(x, Z_0), H_x(x, Z_0), \frac{\Delta_z * dB_x}{dx}, \frac{\Delta_z * dH_z}{dx}$) были определены ранее.

$$\begin{aligned} B_z(x, Z_0 - \Delta_z) &= B_z(x, Z_0) + \frac{\Delta_z * dB_x}{dx} \\ H_x(x, Z_0 - \Delta_z) &= H_x(x, Z_0) - \frac{\Delta_z * dH_z}{dx} \end{aligned} \quad (2)$$

$$B_z(x, Z_0 - \Delta_z) = \mu\left(\sqrt{H_x(x, Z_0 - \Delta_z)^2 + H_z(x, Z_0 - \Delta_z)^2}\right) * H_z(x, Z_0 - \Delta_z)$$

$$B_x(x, Z_0 - \Delta_z) = \mu\left(\sqrt{H_x(x, Z_0 - \Delta_z)^2 + H_z(x, Z_0 - \Delta_z)^2}\right) * H_x(x, Z_0 - \Delta_z),$$

где Z_0 – указывает уровень границы раздела металл–воздух со стороны металла; Δ_z – шаг дискретизации по оси OZ при пересчете поля с верхнего слоя на нижний слой.

Теперь, решая задачу Коши (2), мы можем восстановить магнитное поле от уровня границы металл–воздух со стороны металла, вниз до нижней поверхности пластины и даже ниже, всюду считая, что ниже находится металл. Далее по восстановленным значениям магнитного поля в металле вычисляются координаты описанных выше силовых линий.

На рис. 5 приведена силовая линия, полученная в результате проведения реального эксперимента и с хорошей точностью описывающая глубину дефекта [9].

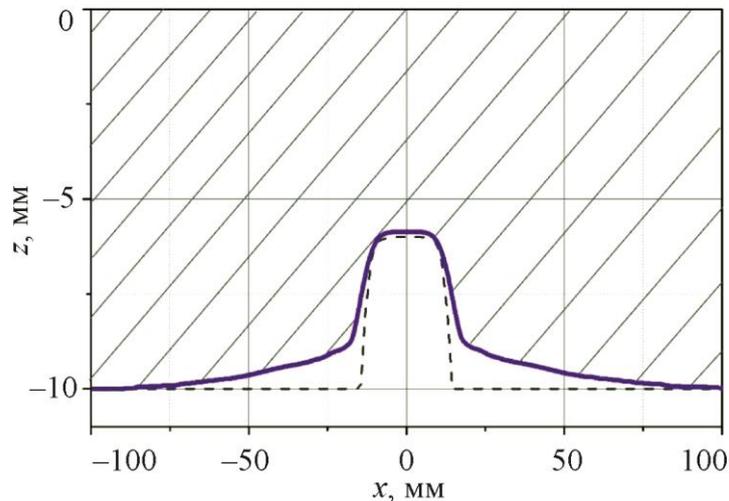


Рис. 5. Сечение восстановленной формы дефекта. Толщина пластины 10 мм, глубина дефекта 4 мм, раскрытие дефекта 29 мм. Компоненты магнитного поля были получены экспериментально, над бездефектной поверхностью металла (сталь 20). Пунктирная линия показывает реальную форму дефекта; сплошная линия представляет вычисленную силовую магнитную линию

3. Определение геометрических параметров поверхностных дефектов методом MFL в нормальном стационарном намагничивающем поле

В случае нормального намагничивания будем определять геометрические параметры дефектов на ближней к магнитным преобразователям поверхности пластины (рис. 1 и 2).

Для определения геометрических параметров дефектов необходимо намагничивать исследуемый объект до величин 0,3–0,8 Тл. При таком намагничивающем поле поверхность исследуемого материала не намагничивается до насыщения и материал остается магнитомягким с магнитной проницаемостью $\mu \sim 1000$. Такое большое значение магнитной проницаемости позволяет воспользоваться результатами, полученными для скалярного потенциала в электростатике [11], и считать поверхность металла эквипотенциальной поверхностью также и для магнитоэстатического скалярного потенциала.

Для расчета геометрической формы дефекта предположим, что нормальная составляющая магнитного поля вблизи дефекта изменяется линейным образом по оси OZ (нормаль к поверхности).

Используя измеренные компоненты магнитного поля на уровне системы преобразователей в области I, вычислим значения скалярного магнитоэстатического потенциала на этом уровне. Далее, используя ряд Тейлора и учитывая линейность по z магнитного поля H_z вблизи дефекта, получим приближенное выражение для значения скалярного потенциала на поверхности дефекта. Итак,

$$\varphi(x, y, z) = \varphi(x, y, z_0) - H_z(x, y, z_0) * (z(x, y) - z_0(x, y)) - \frac{1}{2} H_{zz}(x, y, z_0) \times (z(x, y) - z_0(x, y))^2,$$

где $z_0(x, y)$ – это уровень измерений магнитного поля; $z(x, y)$ – поверхность дефекта. $H_z(x, y, z_0)$ это нормальная составляющая магнитного поля на уровне измерений; $H_{zz}(x, y, z_0)$ – производная нормальной составляющей магнитного поля по оси OZ.

Так как поверхность дефекта является эквипотенциальной поверхностью, положив $\varphi(x, y, z) = 0$, из выражения для значения скалярного потенциала находим $z(x, y)$.

На рис. 6 и 7 представлены сечения поверхностных дефектов, полученные в результате проведения реального эксперимента [10].

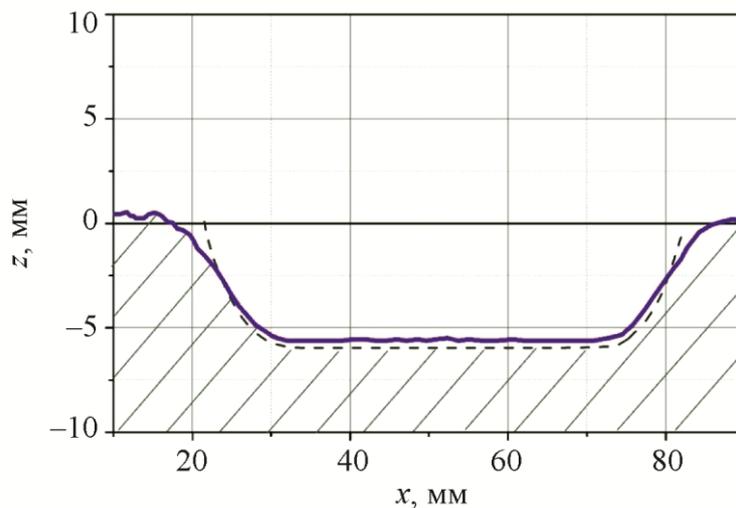


Рис. 6. Сечение восстановленной топографии дефекта потери металла.

Сплошная линия – результат восстановления, пунктирная линия – сечение профиля дефекта, использовавшегося при расчетах методом конечных элементов

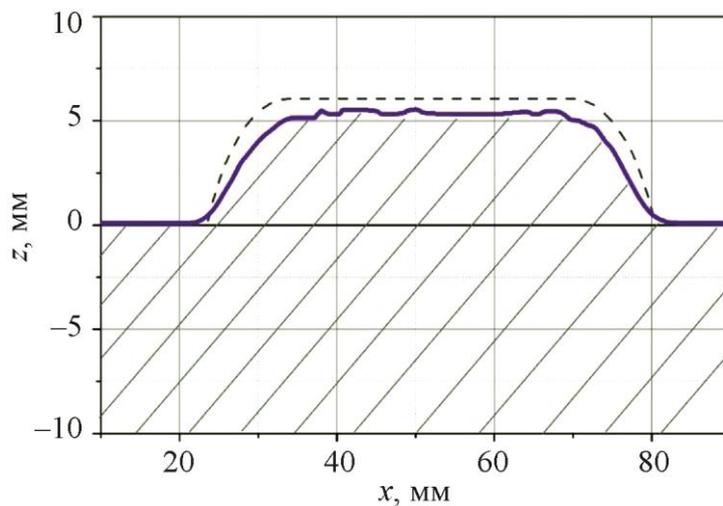


Рис. 7. Сечение восстановленной топографии дефекта типа «наплавка».

Сплошная линия – результат восстановления, пунктирная линия – сечение профиля дефекта, использовавшегося при расчетах методом конечных элементов

4. Выводы

Дополнение метода MFL в тангенциальном поле методом MFL в нормальном поле намагничивания позволяет определять поверхность нахождения дефектов. По полученным в результате применения этих методов магнитограммам можно определять геометрические параметры поверхностных дефектов.

Благодарности

Работа выполнена в рамках государственного задания по теме «Диагностика», № АААА-А18-118020690196-3.

Литература

1. URL: <https://pipelineoperators.org/>
2. URL: https://ntcngd.com/uslugi/article_post/vnutritrubnaya-diagnostika-spomoshchymagnitnykh-defektoskopov-vysokogo-razresheniya
3. Большакова В. В., Кукин Н. А., Дымкин Г. Я. О возможности применения магнитных методов неразрушающего контроля для оценки напряженно-деформированного состояния трубопроводов // Известия Петербургского университета путей сообщения. – 2014. – No. 4 (41). – P. 92–98.
4. Slesarev D. A., Abakumov A. A. Data processing and representation in the MFL method for nondestructive testing // Russian Journal of Nondestructive Testing. – 2013. – Vol. 49 (9). – P. 493–498. – DOI: 10.1134/S106183091309009X.
5. Канайкин В. А. Внутритрубная магнитная дефектоскопия магистральных трубопроводов / под ред. А. Ф. Матвиенко. – Екатеринбург : УрО РАН, 2009. – 307 с.
6. Dyakin V. V., Kudryashova O. V., Raevskii V. Y. Stray field of plate with a surface defect in a homogeneous external field // Russian Journal of Nondestructive Testing. – 2018. – Vol. 54, No. 12. – P. 840–848. – DOI: 10.1134/S1061830918120033.
7. Gobov Yu. L., Nikitin A. V., Popov S. E. Solving the Inverse Geometric Problem of Magnetostatics for Corrosion Defects // Russian Journal of Nondestructive Testing. – 2018. – Vol. 54. – P. 726–732. – DOI: 10.1134/S1061830918100042.
8. Gobov Yu. L., Nikitin A. V., Popov S. E. Solving the Inverse Geometric Problem of Magnetostatics for Corrosion Defects with Allowance for Nonlinear Properties of Ferromagnet // Russian Journal of nondestructive testing. – 2018. – Vol. 54. – P. 849–854. – DOI: 10.1134/S1061830918120045.
9. Методика практического восстановления параметров формы поверхностных двумерных дефектов с учетом нелинейных свойств ферромагнетика / А. В. Никитин, А. В. Михайлов, А. С. Петров, С. Э. Попов, Ю. Л. Гобов // Дефектоскопия. – 2021. – Vol. 12. – С. 46–55.
10. Gobov Yu. L., Popov S. E. Reconstructing the topography of surface defects of ferromagnets in a normal magnetization field // Russian Journal of nondestructive testing. – 2021. – Vol. 57. – P. 303–309. – DOI: 10.1134/S1061830921040057.
11. Дж. Д. Джексон. Классическая электродинамика / пер. с англ. – М. : Мир, 1965 – 702 с.

Received: 15.10.2021

Revised: 15.12.2021

Accepted: 24.12.2021

DOI: 10.17804/2410-9908.2021.6.054-067

ON THE CONSTRUCTION OF A HEAT WAVE GENERATED BY A BOUNDARY CONDITION ON A MOVING BORDER

A. L. Kazakov^{1, 2 a)} and L. F. Spevak^{1, b)*}

¹*Institute of Engineering Science, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, 34 Komsomolskaya St., Ekaterinburg, 620049, Russian Federation*

²*Matrosov Institute for System Dynamics and Control Theory, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, 134 Lermontova St., Irkutsk, 664033, Russian Federation*

a)  <https://orcid.org/0000-0002-3047-1650>  a__kazakov@mail.ru;

b)  <https://orcid.org/0000-0003-2957-6962>  ifs@imach.uran.ru

*Corresponding author. E-mail: ifs@imach.uran.ru

Address for correspondence: ul. Komsomolskaya, 34, Ekaterinburg, 664033, Russian Federation

Tel.: +7 (343) 362 30 22; fax: +7 (343) 374 53 30

The paper deals with the construction of solutions to a nonlinear heat equation, which have the type of heat waves propagating over a cold (zero) background with a finite velocity. Such solutions are atypical for parabolic equations. They appear due to the degeneration of the parabolic type of equation on a manifold where the desired function becomes zero. Various kinds of boundary conditions provide the existence of solutions with the desired properties. The most complicated of them, specifying nonzero values of the desired function on a moving manifold, is considered in this paper. A new theorem of the existence and uniqueness of the solution to the heat wave initiation problem under the considered boundary condition is proved. A method for constructing an approximate solution based on expansion in radial basis functions and the collocation method is proposed. The solution is constructed in two steps. At the first step, we construct a solution in the domain situated between the specified moving manifold and the zero front, which is determined in the process of solving. A special variable change similar to hodograph transformation is used. At the second step, we complete the solution in the domain situated between the initial and actual position of the moving manifold. Calculations are made showing that the new approach gives good results and more stable convergence as compared with the boundary element method used by the authors earlier.

Keywords: nonlinear heat equation, heat wave, power series, boundary element method, radial basis functions.

Acknowledgment

The work was supported by the RFBR, project No. 20-07-00407.

References

1. Vazquez J.L. *The Porous Medium Equation: Mathematical Theory*, Oxford, Clarendon Press, 2007, 648 p. ISBN-10: 0198569033, ISBN-13: 978-019856903.
2. Samarskii A.A., Galaktionov V.A., Kurdyumov S.P., Mikhailov A.P. *Blow-up in Quasilinear Parabolic Equations*, NY, Berlin, Walter de Gruyter, 1995, 534 p. ISBN 3-11-012754-7.
3. Zeldovich Ya.B., Kompaneets A.S. On the theory of heat propagation with temperature-dependent thermal conductivity. In: *Sbornik, posvyashchennyi 70-letiyu akademika A.F. Ioffe* [Collection dedicated to the 70th anniversary of Academician A.F. Ioffe]. Moscow, Izd-vo AN SSSR Publ., 1950, pp. 61–71. (In Russian).

4. Barenblatt G.I., Vishik I.M. On the Final Velocity of Propagation in Problems of Non-stationary Filtration of Liquid and Gas. *Prikladnaya matematika i mekhanika*, 1956, vol. 20, no. 3, pp. 411–417. (In Russian).
5. Oleynik O.A., Kalashnikov A.S., Chzhou Yuy-Lin. The Cauchy Problem and Boundary Value Problems for Equations of the type of Non-stationary Filtration. *Izvestiya AN SSSR. Seriya matematicheskaya*, 1958, vol. 22, no. 5, pp. 667–704. (In Russian).
6. Sidorov A.F. In: *Izbrannye Trudy: Matematika. Mekhanika* [Selected Works: Mathematics. Mechanics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2001, 576 p. (In Russian). ISBN 5-9221-0103-X.
7. Kazakov A.L., Spevak L.F. Boundary Elements Method and Power Series Method for One-dimensional Nonlinear Filtration Problems. *Izvestiya IGU, Seriya Matematika*, 2012, vol. 5, no. 2, pp. 2–17. (In Russian).
8. Kazakov A.L., Spevak L.F. Numerical and analytical studies of a nonlinear parabolic equation with boundary conditions of a special form. *Applied Mathematical Modelling*, 2013, vol. 37, iss. 10–11, pp. 6918–6928. DOI: 10.1016/j.apm.2013.02.026.
9. Kazakov A.L., Kuznetsov P.A., Spevak L.F. On a Degenerate Boundary Value Problem for the Porous Medium Equation in Spherical Coordinates. *Trudy Instituta Matematiki i Mekhaniki UrO RAN*, 2014, vol. 20, no. 1, pp. 119–129. (In Russian).
10. Kazakov A.L., Nefedova O.A., Spevak L.F. Solution of the Problem of Initiating the Heat Wave for a Nonlinear Heat Conduction Equation Using the Boundary Element Method. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 2019, vol. 59, No. 6, pp. 1015–1029. DOI: 10.1134/S0965542519060083.
11. Banerjee P.K., Butterheld R. Boundary element methods in engineering science, US, McGraw-Hill Inc., 1981, 452 p. ISBN-10: 0070841209, ISBN-13: 978-0070841208.
12. Brebbia C.A., Telles J.F.C., Wrobel L.C. *Boundary Element Techniques*, Berlin, Neidelberg, New-York, Tokyo, Springer-Verlag, 1984, 466 p. ISBN 978-3-642-48862-7. DOI: 10.1007/978-3-642-48860-3.
13. Nardini D., Brebbia C.A. A New Approach to Free Vibration Analysis using Boundary Elements. *Applied Mathematical Modelling*, 1983, vol. 7, No. 3, pp. 157–162. DOI: 10.1016/0307-904X(83)90003-3.
14. Wrobel L.C., Brebbia C.A., Nardini D. The dual reciprocity boundary element formulation for transient heat conduction. In: *Finite elements in water resources VI*, Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1986, pp. 801–811.
15. Tanaka M., Matsumoto T., Yang Q.F. Time-stepping boundary element method applied to 2-D transient heat conduction problems. *Appl. Math. Model.*, 1994, vol. 18, pp. 569–576. DOI: 10.1016/0307-904X(94)90142-2.
16. Powell M.J.D. The Theory of Radial Basis Function Approximation. In: Light W., ed. *Advances in Numerical Analysis*, Oxford Science Publications, Oxford, UK, 1992, vol. 2.
17. Golberg M.A., Chen C.S., Bowman H. Some recent results and proposals for the use of radial basis functions in the BEM. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 1999, vol. 23, pp. 285–296. DOI: 10.1016/S0955-7997(98)00087-3.
18. Spevak L.F., Nefedova O.A. Solving a two-dimensional nonlinear heat conduction equation with degeneration by the boundary element method with the application of the dual reciprocity method. *AIP Conference Proceedings*, 2016, vol. 1785, iss. 1, pp. 040077. – DOI: 10.1063/1.4967134.
19. Kazakov A.L. On exact solutions to a heat wave propagation boundary-value problem for a nonlinear heat equation. *Sibirskie Elektronnye Matematicheskiye Izvestiya*, 2019, vol. 16, pp. 1057–1068. (In Russian). Available at: <http://semr.math.nsc.ru/v16>
20. Kazakov A.L., Spevak L.F., Spevak E.L. On Numerical Methods for Constructing Benchmark Solutions to a Nonlinear Heat Equation with a Singularity. *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures*, 2020, iss. 5, pp. 26–44. DOI: 10.17804/2410-9908.2020.5.026-044. Available at: http://dream-journal.org/issu2020-5/2020-5_306.html (accessed: 14.12.2021).

21. Kazakov A.L., Spevak L.F., Nefedova O.A. On the Numerical-Analytical Approaches to Solving a Nonlinear Heat Conduction Equation with a Singularity. *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures*, 2018, iss. 6, pp. 100–116. DOI: 10.17804/2410-9908.2018.6.100-116. Available at: http://dream-journal.org/issues/2018-6/2018-6_232.html (accessed: 14.12.2021).
22. Kazakov A.L., Spevak L.F. Approximate and Exact Solutions to the Singular Nonlinear Heat Equation with a Common Type of Nonlinearity. *Izvestiya IGU. Seriya Matematika*, 2020, vol. 34, pp. 18–34. DOI: 10.26516/1997-7670.2020.34.18. (In Russian).
23. Bautin S.P., Kazakov A.L. Obobshchennaya zadacha koshi i ee prilozheniya [The Generalized Cauchy problem and its applications]. Novosibirsk, Nauka Publ., 2006, 397 p. ISBN: 5-02-032540-6. (In Russian).
24. Courant R., Hilbert D. *Methods of Mathematical Physics. Vol. II: Partial Differential Equations*, New York, Interscience Publishers, 2008.
25. Golberg M.A. Numerical evaluation of particular solutions in the BEM—a review. *Boundary Element Comm.*, 1995, vol. 6, pp. 99–106.

Подана в журнал: 15.10.2021
УДК 517.958:519.633
DOI: 10.17804/2410-9908.2021.6.054-067

О ПОСТРОЕНИИ ТЕПЛОВОЙ ВОЛНЫ, ПОРОЖДЕННОЙ КРАЕВЫМ РЕЖИМОМ НА ПОДВИЖНОЙ ГРАНИЦЕ

А. Л. Казаков^{1, 2 а)}, Л. Ф. Спевак^{1, б) *}

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт машиноведения Уральского отделения Российской академии наук,
620049, ул. Комсомольская, 34, Екатеринбург, Российская Федерация

²Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт динамики систем и теории управления
имени В.М. Матросова Сибирского отделения Российской академии наук,
664033, ул. Лермонтова, 134, Иркутск, Российская Федерация

а)  <http://orcid.org/0000-0002-3047-1650>  a_kazakov@mail.ru;

б)  <http://orcid.org/0000-0003-2957-6962>  lfs@imach.uran.ru

*Ответственный автор. Электронная почта: lfs@imach.uran.ru

Адрес для переписки: 620049, ул. Комсомольская, 34, Екатеринбург, Российская Федерация
Тел.: +7 (343) 362–30–22; факс: +7 (343) 374–53–30

Работа посвящена проблеме построения решений нелинейного параболического уравнения теплопроводности, имеющих тип тепловой волны, распространяющейся по абсолютно холодному (нулевому) фону с конечной скоростью. Подобные решения являются нетипичными для уравнений параболического типа и появляются вследствие вырождения типа уравнения на многообразии, где искомая функция обращается в нуль. Существуют различные виды краевых условий, которые обеспечивают появление решений с искомыми свойствами. В настоящем исследовании рассматривается наиболее сложное из них, предусматривающее задание ненулевых значений искомой функции на подвижном многообразии. Доказана новая теорема существования и единственности решения задачи об иницировании тепловой волны рассмотренным краевым условием. Предложен приближенный метод построения решений, основанный на разложении по радиальным базисным функциям в сочетании с методом коллокаций. Решение строится в два этапа. На первом строится решение в области между заданным подвижным многообразием и нулевым фронтом, который определяется в процессе решения. При этом используется специальная замена переменных типа преобразования годографа. На втором этапе решение достраивается в области между начальным и актуальным положениями заданного подвижного многообразия. Проведены численные расчеты, которые показали, что новый подход дает хорошие результаты при более устойчивой сходимости по сравнению с методом граничных элементов, применявшимся авторами ранее.

Ключевые слова: нелинейное уравнение теплопроводности, тепловая волна, степенной ряд, метод граничных элементов, радиальные базисные функции.

1. Введение

Объектом исследования данной статьи является нелинейное (квазилинейное) уравнение теплопроводности с источником (стоком) [1, 2]:

$$T_t = (k(T)T_x)_x + H(T), \quad (1)$$

где t – время; x – пространственная координата; T – искомая функция (температура); $H(T)$ – функция источника (стока). Будем полагать, что $k(0) = 0$ и $H(0) = 0$. Пусть функция

$k(T)$, представляющая собой зависимость коэффициента теплопроводности от температуры, является монотонной, достаточно гладкой и обратная к ней функция имеет ненулевую производную. Тогда подстановкой $u = k(T)$ уравнение (1) приводится к виду:

$$u_t = uu_{xx} + F(u)u_x^2 + h(u). \quad (2)$$

Здесь $F(u) = \frac{u\varphi''(u)}{\varphi'(u)} + 1$; $h(u) = \frac{H(\varphi(u))}{\varphi'(u)}$; $T = \varphi(u)$ – функция, обратная к $u = k(T)$.

Будем считать также, что $F(u) > 0$. Подобное справедливо, например, для степенной функции $K(T) = T^\sigma$, $\sigma > 0 - \text{const}$. Этот случай является одним из наиболее популярных в литературе и тогда (2) становится обобщенным уравнением пористой среды (the generalized porous medium equation) [1]. В отечественной литературе оно иногда называется нелинейным уравнением теплопроводности с источником со степенными нелинейностями [2].

Поскольку в уравнении (2) при $u = 0$ коэффициент перед старшей производной обращается в нуль, то имеет место вырождение параболического типа уравнения, что является причиной существования решений типа тепловой (диффузионной, фильтрационной) волны, распространяющейся с конечной скоростью по нулевому фону [3–6].

В предыдущих исследованиях авторов в основном рассматривался случай степенной функции $k(T)$. Были доказаны теоремы существования и единственности аналитического решения типа тепловой волны и разработаны алгоритмы численного решения [7–10], основанные на методе граничных элементов (МГЭ) [11, 12] и методе двойственной взаимности (МДВ) [13–15] с использованием радиальных базисных функций (РБФ) [16–18], а также построены классы точных решений для верификации расчетов [19, 20]. Подробный обзор подходов авторов к численным и аналитическим исследованиям уравнения (2) при степенной функции $k(T)$ приведен в статье [21]. В работах [19, 22] исследовано решение уравнения (2) в случае произвольного вида функции $k(T)$ при заданном уравнении движения фронта тепловой волны:

$$u|_{x=a(t)} = 0, \quad (3)$$

где $a(0) = 0$; $a'(0) > 0$.

В работе изучен вопрос построения решения уравнения (2) при краевом условии, заданном на подвижной границе:

$$u|_{x=g(t)} = f(t), \quad (4)$$

где $g(0) = 0$; $f(0) = 0$; $g(t)$ и $f(t)$ – непрерывно дифференцируемые в окрестности нуля функции, $g'(0) > 0$ и $f'(0) > 0$.

Для задачи (2), (4) в следующих разделах сформулирована теорема существования и единственности аналитического решения, представлен алгоритм численного решения, описан тестовый пример.

2. Теорема существования и единственности

Сформулируем и докажем основную теорему работы, которая обеспечивает существование и единственность решения задачи (2), (4) в классе аналитических функций. Предваряя

формулировку теоремы, укажем, что под аналитической функцией в точке мы понимаем функцию, совпадает в некоторой окрестности точки со своим тейлоровским разложением.

Теорема. Пусть в задаче (2), (4) функции $F(u)$ и $h(u)$ являются аналитическими в точке $u = 0$, функции $f(t)$ и $g(t)$ являются аналитическими в точке $t = 0$ и справедливы соотношения $F(0) > 0$; $h(0) = 0$; $g(0) = 0$; $f(0) = 0$; $g'(0) > 0$; $f'(0) > 0$. Тогда задача (2), (4) при выборе направления движения фронта тепловой волны имеет единственное аналитическое решение в точке $t = 0$, $x = 0$.

Доказательство теоремы имеет аналоги в ранее опубликованных работах [9, 10], поэтому мы ограничимся изложением его общей схемы. Обоснование разбиваем на два этапа.

Первый этап состоит в построении решения в виде формального ряда по степеням переменных t , $z = x - g(t)$. При этом на первом шаге возникает квадратное уравнение, которое в условиях теоремы имеет два действительных корня. Выбор одного из них определяет направление движения фронта тепловой волны. Дальнейшее построение проводится индукцией по суммарному номеру коэффициентов, причем на каждом шаге необходимо решать трехдиагональную систему линейных алгебраических уравнений [23], для которой не выполнено условие диагонального преобладания. Тем не менее в условиях теоремы определители этих систем оказываются отличными от нуля, за счет чего коэффициенты ряда определяются однозначно.

Второй этап заключается в доказательстве сходимости построенных рядов. Суть его состоит в том, что посредством нескольких нетривиальных замен задача (2), (4) сводится к задаче вида (2), (3) (уравнение, конечно, отличается, но сохраняет порядок и тип), причем неизвестный фронт тепловой волны $x = a(t)$ определяется при решении отдельного дифференциального уравнения. В свою очередь для преобразованной задачи, которая, заметим, является характеристической задачей Коши [6], строится мажорантная задача, имеющая тип Ковалевской и подпадающая под действие теоремы Коши–Ковалевской [24]. Можно без труда убедиться, что в условиях теоремы $u(0,0)$, $u_t^2(0,0) + u_x^2(0,0) > 0$, откуда по непрерывности следует, что в окрестности начала координат существует линия $x = a(t)$, $a(0) = 0$, на которой выполнено условие $u|_{x=a(t)} = 0$. Таким образом, построенное решение вместе с тривиальным $u \equiv 0$ образует тепловую волну, причем $x = a(t)$ – это ее фронт.

3. Алгоритм численного решения

Поскольку аналитическое решение в виде ряда определено лишь в окрестности границы, на которой задано краевое условие, мы всегда в рамках комплексных исследований ставим вопрос о построении решения на заданном конечном промежутке времени. В качестве основы для построения нового алгоритма численного решения задачи (2), (4) опишем кратко подход к решению задачи (2), (3).

Пусть требуется найти решение задачи (2), (3) при $t \in [0, T]$. В каждый момент времени t решение, имеющее вид тепловой волны, представляет совокупность нетривиального решения $u(t, x)$, $x \in [0, a(t)]$ и тривиального решения в области $x > a(t)$, состыкованных вдоль нулевого фронта тепловой волны $x = a(t)$. Решение строится по шагам по времени. На каждом шаге $t_k = kh$ решается краевая задача для уравнения Пуассона

$$u_{xx} = \frac{1}{u} (u_t - F(u)u_x^2 - h(u)); \quad (5)$$

$$u|_{x=L} = 0; \quad (6)$$

$$u_x|_{x=L} = -\frac{a'(t_k)}{F(0)} \quad (7)$$

на отрезке $x \in [0, L]$, где $L = a(t_k)$, условие (7) следует из условия (6).

Задача (5) – (7) решается методом граничных элементов итерационно, при нулевом начальном приближении. Для сведения всех расчетов в граничные точки, в соответствии с МДВ, правая часть уравнения (5) на каждой итерации разлагается по системе РБФ [16, 17]. Использование РБФ обеспечивает устойчивую сходимость итерационных процедур.

Альтернативным подходом к решению задачи (5) – (7) может быть определение с помощью РБФ частного решения уравнения (5). Такой подход применяется в сочетании как с МГЭ [17], так и с другими методами, в частности с методом коллокаций [25]. Представим решение (5)–(7) в виде

$$u(t_k, x) = v(x) + w(x), \quad (8)$$

где $v(x)$ – частное решение уравнения (5) в момент t_k ; $w(x)$ – решение следующей краевой задачи:

$$w'' = 0, \quad (9)$$

$$w|_{x=L} = -v(L); \quad (10)$$

$$w'|_{x=g(t_k)} = -\frac{a'(t_k)}{F(0)} - v'(L). \quad (11)$$

Поскольку правая часть уравнения (5) зависит от искомой функции, решение вновь строится итерационно в следующей последовательности:

$$v_0 \equiv 0; \quad (12)$$

$$w_n = \left(\frac{a'(t_k)}{F(0)} + v_n'(L) \right) (L - x) - v_n(L); \quad (13)$$

$$u_n = v_n + w_n; \quad (14)$$

$$v_{n+1}'' = \frac{1}{u_n} (u_{n,t} - F(u_n)(u_n')^2 - h(u_n)), \quad (15)$$

где u_n ; v_n и w_n – n -е итерации решений. Уравнение (15) решается методом коллокаций с помощью разложения правой части по РБФ:

$$\frac{1}{u_n} (u_{n,t} - F(u_n)(u_n')^2 - h(u_n)) = \sum_{k=1}^K \alpha_{n+1}^{(k)} \varphi^{(k)}(x). \quad (16)$$

Здесь $\varphi^{(k)}(x) = \varphi^{(k)}(|x - x_k|)$ – РБФ; x_1, \dots, x_K – точки коллокации, расположенные на отрезке $[0, L]$. Для каждой $\varphi^{(k)}(x)$ существует функция $\psi^{(k)}(x)$, такая что $d^2\psi^{(k)}/dx^2 = \varphi^{(k)}$. Производная по времени вычисляется методом конечных разностей. Коэффициенты $\alpha_{n+1}^{(k)}$ определяются из решения системы линейных алгебраических уравнений:

$$\frac{1}{u_n} (u_{n,t} - F(u_n)(u_n')^2 - h(u_n)) \Big|_{x=x_i} = \sum_{k=1}^K \alpha_{n+1}^{(k)} \varphi^{(k)}(x_i), \quad i = 1, \dots, K. \quad (17)$$

Тогда

$$v_{n+1} = \sum_{k=1}^K \alpha_{n+1}^{(k)} \psi^{(k)}(x). \quad (18)$$

Итерационный процесс останавливается, когда итерации u_{n+1} и u_n достаточно близки, и в качестве решения задачи (2), (3) в момент $t = t_k$ принимается непрерывно дифференцируемая по x функция

$$u(t_k, x) = v_{n+1}(x) + w_{n+1}(x). \quad (19)$$

Перейдем к решению задачи (2), (4) на заданном промежутке $t \in [0, T]$. На шаге $t = t_k$ требуется решить на отрезке $x \in [0, L]$ уравнение (5) при граничном условии

$$u|_{x=g(t_k)} = f(t_k). \quad (20)$$

Применение алгоритма (8)–(19), так же как и алгоритма МГЭ, для решения задачи (5), (20) невозможно. Во-первых, значение $L = a(t_k)$ неизвестно, поскольку функция $a(t)$ теперь не задана граничным условием. Таким образом, неизвестна область решения задачи. Во-вторых, мы имеем лишь одно граничное условие. В связи с этим решение будем строить в два этапа следующим образом.

Этап 1. Решим задачу (2), (4) на отрезке $x \in [l, L]$, где $l = g(t_k)$.

Пусть функция $f(t)$ монотонна при $t \in [0, T]$. Тогда функция $u(t_k, x)$ однозначна на отрезке $[l, L]$. Рассмотрим обратную к ней функцию $x = x(t_k, u)$; $u \in [0, p]$; $p = f(t_k)$. Уравнение (2) для этой функции имеет следующий вид:

$$x_t x_u^2 = u x_{uu} - F(u) x_u - H(u) x_u^3, \quad (21)$$

а соответствующее уравнение Пуассона:

$$x_{uu} = \frac{1}{u} (x_t x_u^2 + F(u) x_u + H(u) x_u^3). \quad (22)$$

Таким образом, проведенная замена переменных привела к уравнению (22) для новой искомой функции в известной области $u \in [0, l]$. Значение этой функции при $u = 0$ соответствует неизвестному положению нулевого фронта в рассматриваемый момент

$$x|_{u=0} = a(t_k). \quad (23)$$

Сформулируем граничные условия для уравнения (22). Из условия (4) следует:

$$x|_{u=l} = l. \quad (24)$$

Из условия (7) следует условие для производной:

$$x_u|_{u=0} = -\frac{F(0)}{a'(t_k)}. \quad (25)$$

Удовлетворить точно условие (25) невозможно, поскольку функция $a(t)$ неизвестна. Используя квадратичную аппроксимацию этой функции на промежутке $t \in [t_{k-1}, t_k]$, уравнение (25) можно привести к следующему разностному виду [10]:

$$\frac{2(x(t_k, 0) - x(t_{k-1}, 0))}{h} = -\frac{F(0)}{x_u(t_k, 0)} - \frac{F(0)}{x_u(t_{k-1}, 0)}. \quad (26)$$

Уравнение (26) связывает значения искомой функции и ее производной на текущем шаге t_k и предыдущем шаге t_{k-1} . Для использования этого уравнения на первом шаге необходимо знать эти значения в начальный момент $t = 0$. Очевидно, что $x(0, 0) = 0$. Для нахождения $x_u(0, 0)$ возьмем полную производную по времени в условии (24), записанном в произвольный момент времени:

$$(x_t + x_u f'(t))|_{u=f(t)} = g'(t). \quad (27)$$

Отсюда при $u = f(t)$:

$$x_t = -x_u f'(t) + g'(t). \quad (28)$$

Подставим (28) в уравнение (21):

$$(-x_u f'(t) + g'(t)) x_u^2 = u x_{uu} - F(u) x_u - H(u) x_u^3. \quad (29)$$

Тогда при $t = 0$; $u = f(0) = 0$ имеем

$$f'(0)x_u^2(0,0) - g'(0)x_u(0,0) - F(0) = 0. \quad (30)$$

В принятых ранее предположениях квадратное уравнение (30) имеет один положительный и один отрицательный действительные корни. Поскольку в рассматриваемой постановке $x_u < 0$, искомое значение определяется равенством

$$x_u(0,0) = \frac{g'(0) - \sqrt{[g'(0)]^2 + 4f'(0)F(0)}}{2f'(0)}. \quad (31)$$

Таким образом, уравнение (26) связывает граничные значения искомой функции и ее производной для уравнения (22) в момент t_k :

$$\left(\frac{2x(t_k, u)}{h} + \frac{F(0)}{x_u(t_k, u)} \right) \Big|_{u=0} = \frac{2x(t_{k-1}, 0)}{h} - \frac{F(0)}{x_u(t_{k-1}, 0)} = q, \quad (32)$$

и мы имеем второе граничное условие для уравнения (22). Решение задачи (22), (24), (32) будем искать в виде, аналогичном (8):

$$x(t_k, u) = y(u) + z(u), \quad (33)$$

где $y(u)$ – частное решение уравнения (22) в момент t_k ; $z(u)$ – решение следующей краевой задачи:

$$z'' = 0; \quad (34)$$

$$z|_{u=p} = l - y(p); \quad (35)$$

$$\frac{2(y(0) + z)}{h} + \frac{F(0)}{y'(0) + z'} \Big|_{u=0} = q. \quad (36)$$

При известном $y(u)$ решение задачи (34) – (36) определяется однозначно:

$$z(u) = a(u - p) + l - y(p), \quad (37)$$

где a – корень квадратного уравнения, к которому сводится условие (36), соответствующий выбранному направлению движения нулевого фронта.

В итоге соотношения позволяют теперь применить для решения задачи (22), (24), (32) итерационную процедуру, подобную (12) – (15). Очередную итерацию функции $y(u)$ будем определять через разложение правой части уравнения (22) по РБФ, аналогично (16)–(18). В результате итерационного процесса получим непрерывно дифференцируемое по u решение $x(t_k, u)$. Непрерывность позволяет определить без потери точности обратную функцию $u(t_k, x)$ – решение задачи (2), (4) на отрезке $x \in [l, L]$.

Этап 2. Решим задачу (2), (4) на отрезке $x \in [0, l]$.

Из решения на первом этапе на каждом шаге t_k известны значения искомой функции и ее производной в точке $x = l$, $u(t_k, l)$ и $u_x(t_k, l)$. Следовательно, мы можем сформулировать краевую задачу для уравнения (5) на отрезке $[0, l]$ с граничными условиями

$$u|_{x=l} = u(t_k, l); \tag{38}$$

$$u_x|_{x=l} = u_x(t_k, l). \tag{39}$$

Задача (5), (38), (39) абсолютно аналогична задаче (5)–(7) и может быть решена с помощью алгоритма (8)–(18). Таким образом, мы найдем непрерывно дифференцируемое по x решение задачи (2), (4) на отрезке $[0, l]$, а с учетом *этапа 1* – на отрезке $[0, L]$.

Пример

Для верификации предложенного алгоритма рассмотрим задачу с известным точным решением. Пусть в уравнении (2) $F(u) = 1/\sigma$ и $h(u) = u$, тогда следующая функция является его точным решением:

$$U(t, x) = ke^t \left(\frac{k}{\sigma} (e^t - 1) - x \right). \tag{40}$$

Здесь σ – положительная константа; k – произвольное число, отличное от нуля. Нулевой фронт решения (40) определяется функцией

$$x = a(t) = \frac{k}{\sigma} (e^t - 1). \tag{41}$$

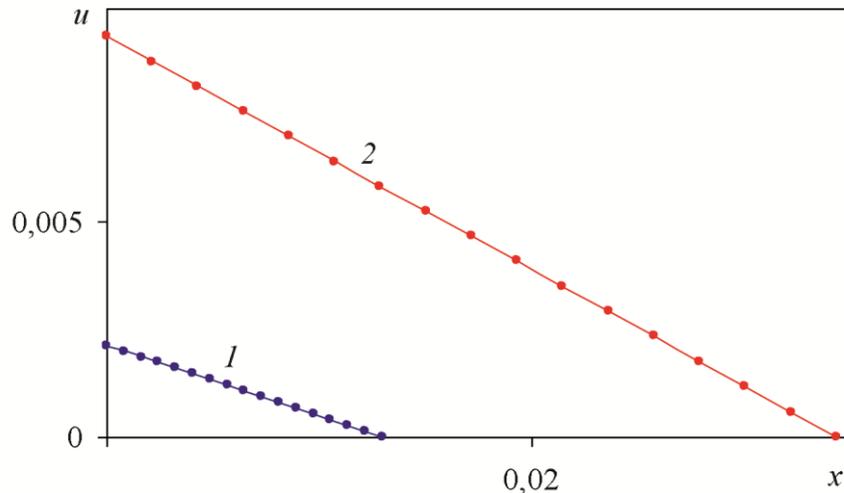
Численные решения задачи (2), (4) были построены при $\sigma = 5$; $k = 0,1$:

$$g(t) = \frac{a(t)}{4} = \frac{k}{4\sigma} (e^t - 1), \quad f(t) = U(t, x)|_{x=g(t)} = \frac{3k^2}{4\sigma} e^t (e^t - 1). \tag{42}$$

На рисунке представлено сравнение точного решения (40) и решения по предложенному новому алгоритму при $h = 0,01$. В качестве РБФ были приняты функции $\varphi^{(k)}(x) = |x - x_k|$.

Погрешности численных решений

h	Этап 1	Этап 2
0,1	$1,4 \cdot 10^{-4}$	$2,8 \cdot 10^{-4}$
0,05	$5,2 \cdot 10^{-5}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$
0,025	$2,6 \cdot 10^{-5}$	$1,2 \cdot 10^{-4}$
0,01	$1,1 \cdot 10^{-5}$	$8,9 \cdot 10^{-5}$



Сравнение численного и точного решений: $1 - t = 0,5$;
 $2 - t = 1$; линии – численное; точки – точное

В таблице сравниваются погрешности численных решений на двух этапах при различных значениях шага по времени h . Полученные данные показывают сходимость предложенного алгоритма относительно шага по времени. Следует отметить улучшение устойчивости итерационных процедур по сравнению с ранее разработанным алгоритмом на основе МГЭ, а также незначительное повышение точности.

4. Заключение

Представленная работа вносит вклад в развитие аналитических и численных методов построения решений нелинейных вырождающихся уравнений математической физики. Для квазилинейного уравнения теплопроводности с источником доказана оригинальная теорема существования и единственности решений, имеющих тип тепловой волны, распространяющейся по абсолютно холодному фону с конечной скоростью, и предложен эффективный приближенный метод их построения. Отличительной особенностью последнего является то, что он основан на использовании преобразования годографа с последующим применением разложения по радиальным базисным функциям в сочетании с методом коллокаций. Ранее авторы обычно применяли граничноэлементный подход. Предложенная новация позволила повысить точность и устойчивость счета, что подтверждается результатами вычислений.

Благодарность

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 20-07-00407.

Литература

1. Vazquez J. L. The Porous Medium Equation: Mathematical Theory. – Oxford : Clarendon Press, 2007. – 648 p. – ISBN-10: 0198569033, ISBN-13: 978-019856903.
2. Режимы с обострением в задачах для нелинейных параболических уравнений / А. А. Самарский, В. А. Галактионов, С. П. Курдюмов, А. П. Михайлов. – М. : Наука, 1987. – 476 с.
3. Зельдович Я. Б., Компанец А. С. К теории распространения тепла при теплопроводности, зависящей от температуры // В кн.: Сборник, посвященный 70-летию академика А. Ф. Иоффе. – М. : Изд-во АН СССР, 1950. – С. 61–71.

4. Баренблатт Г. И., Вишик И. М. О конечной скорости распространения в задачах нестационарной фильтрации жидкости и газа // Прикладная математика и механика. – 1956. – Т. 20, вып. 3. – С. 411–417.
5. Олейник О. А., Калашников А. С., Чжоу Юй-Линь. Задача Коши и краевые задачи для уравнений типа нестационарной фильтрации // Известия АН СССР. Серия математическая. – 1958. – Т. 22, вып. 5. – С. 667–704.
6. Сидоров А. Ф. Избранные труды: Математика. Механика. – М. : Физматлит, 2001. – 576 с. – ISBN 5-9221-0103-X.
7. Казаков А. Л., Спевак Л. Ф. Методы граничных элементов и степенных рядов в одномерных задачах нелинейной фильтрации // Известия Иркутского государственного университета. Серия: Математика. – 2012. – Т. 5, № 2. – С. 2–17.
8. Kazakov A. L., Spevak L. F. Numerical and analytical studies of a nonlinear parabolic equation with boundary conditions of a special form // Applied Mathematical Modelling. – 2013. – Vol. 37, iss. 10–11. – P. 6918–6928. – DOI: 10.1016/j.apm.2013.02.026.
9. Казаков А. Л., Кузнецов П. А., Спевак Л. Ф. Об одной краевой задаче с вырождением для нелинейного уравнения теплопроводности в сферических координатах // Труды Института математики и механики УрО РАН. – 2014. – Т. 20, № 1. – С. 119–129.
10. Казаков А. Л., Неведова О. А., Спевак Л. Ф. Решение задач об иницировании тепловой волны для нелинейного уравнения теплопроводности методом граничных элементов // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2019. – Т. 59, № 6. – С. 1047–1062. – DOI: 10.1134/S0044466919060085.
11. Banerjee P. K., Butterheld R. Boundary element methods in engineering science. – US : McGraw-Hill Inc., 1981. – 452 p. – ISBN-10: 0070841209, ISBN-13: 978-0070841208.
12. Brebbia C. A., Telles J. F. C., Wrobel L. C. Boundary Element Techniques. – Berlin, Nei-delberg, New-York, Tokyo : Springer-Verlag, 1984. – 466 p. – ISBN 978-3-642-48862-7. – DOI: 10.1007/978-3-642-48860-3.
13. Nardini D., Brebbia C. A. A New Approach to Free Vibration Analysis using Boundary Elements // Applied Mathematical Modelling. – 1983. – Vol. 7, No. 3. – P. 157–162. – DOI: 10.1016/0307-904X(83)90003-3.
14. Wrobel L. C., Brebbia C. A. Nardini D. The dual reciprocity boundary element formulation for transient heat conduction // Finite elements in water resources VI. – Berlin, Germany : Springer-Verlag, 1986. – P. 801–811.
15. Tanaka M., Matsumoto T., Yang Q. F. Time-stepping boundary element method applied to 2-D transient heat conduction problems // Appl. Math. Model. – 1994. – Vol. 18. – P. 569–576. – DOI: 10.1016/0307-904X(94)90142-2.
16. Powell M. J. D. The Theory of Radial Basis Function Approximation // Advances in Numerical Analysis / ed by W. Light. – Oxford, UK : Oxford Science Publications, 1992. – Vol. 2.
17. Golberg M. A., Chen C. S., Bowman H. Some recent results and proposals for the use of radial basis functions in the BEM // Engineering Analysis with Boundary Elements. – 1999. – Vol. 23. – P. 285–296. – DOI: 10.1016/S0955-7997(98)00087-3.
18. Spevak L. F., Nefedova O. A. Solving a two-dimensional nonlinear heat conduction equation with degeneration by the boundary element method with the application of the dual reciprocity method // AIP Conference Proceedings. – 2016. – Vol. 1785, iss. 1. – P. 040077. – DOI: 10.1063/1.4967134.
19. Казаков А. Л. О точных решениях краевой задачи о движении тепловой волны для уравнения нелинейной теплопроводности // Сибирские электронные математические известия. – 2019. – Т. 16. – С. 1057–1068. – DOI: 10.33048/semi.2019.16.073. – URL: <http://semr.math.nsc.ru/v16ru.html> (accessed: 14.12.2021).
20. Kazakov A. L., Spevak L. F., Spevak E. L. On Numerical Methods for Constructing Benchmark Solutions to a Nonlinear Heat Equation with a Singularity // Diagnostics, Resource and

Mechanics of materials and structures. – 2020. – Iss. 5. – P. 26-44. – DOI: 10.17804/2410-9908.2020.5.026-044. – URL: http://dream-journal.org/issues/2020-5/2020-5_306.html (accessed: 14.12.2021).

21. Kazakov A. L., Spevak L. F., Nefedova O. A. On the Numerical-Analytical Approaches to Solving a Nonlinear Heat Conduction Equation with a Singularity // *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures*. – 2018. – Iss. 6. – P. 100–116. – DOI: 10.17804/2410-9908.2018.6.100-116. – URL: http://dream-journal.org/issues/2018-6/2018-6_232.html (accessed: 14.12.2021).

22. Казаков А. Л., Спевак Л. Ф. Приближенные и точные решения вырождающегося нелинейного уравнения теплопроводности с произвольной нелинейностью // *Известия Иркутского государственного университета. Серия: Математика*. – 2020. – Т. 34. – С. 18–34. – DOI: 10.26516/1997-7670.2020.34.18.

23. Баутин С. П., Казаков А. Л. *Обобщенная задача Коши и ее приложения*. – Новосибирск : Наука, 2006. – 397 с. – ISBN: 5-02-032540-6.

24. Courant R., Hilbert D. *Methods of Mathematical Physics. Vol. II: Partial Differential Equations*. – New York : Interscience Publishers, Inc., 2008.

25. Golberg M. A. Numerical evaluation of particular solutions in the BEM—a review // *Boundary Element Comm.* – 1995. – Vol. 6. – P. 99–106.

Received: 23.10.2021

Revised: 17.12.2021

Accepted: 24.12.2021

DOI: 10.17804/2410-9908.2021.6.068-079

THE EFFECT OF DIRECT CURRENT IN A STEEL ROD ON THE SWITCHING FIELD DEPENDENCE OF MAGNETIC PERMEABILITY

V. G. Kuleev

*M. N. Miheev Institute of Metal Physics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences,
18 S. Kovalevskoy St., Ekaterinburg, 620108, Russian Federation*

 <https://orcid.org/0000-0002-2122-3241>  kulejevv@imp.uran.ru

Corresponding author. E-mail: kulejevv@imp.uran.ru

Address for correspondence: ul. S. Kovalevskoy, 18, Ekaterinburg, 620108, Russian Federation

It is theoretically shown that in cases where the process of irreversible magnetization reversal of ferromagnetic steels is determined by displacements of only 180° domain boundaries, the dependences of reversible permeability on the switching field in low-carbon steels when a direct current is passed along a rod sample should have two maxima instead of the usual one that occurs in the absence of this current. The distances between the maxima of these peaks linearly depend on the value of the constant component of the current and, consequently, on the constant circular magnetic field caused by it, perpendicular to the switching field.

This phenomenon should occur both for undeformed steel samples in the state after annealing and for samples after plastic stretching. In the latter case, elastic tensile stresses of such magnitude should act to compensate for internal residual compressive stresses. The fields of both peaks of magnetic permeability in these two cases are close to each other.

Keywords: annealed low-carbon steel, deformation, residual compressive stresses, elastic tensile stresses, EMF, circular constant and alternating magnetic fields, reversible magnetic permeability: magnetization reversal along the major hysteresis loop.

Acknowledgment

The work was performed under the state assignment of the Ministry of Education and Science of Russia (theme Diagnostica, no. AAAA-A18-118020690196-3).

References

1. Wolfart X. *Vliyanie tsiklicheskih napryazheniy* [Influence of residual stresses]. In: Behavior of steels under cyclic loads, ed. by W. M. Dal, Moscow, Metallurgiya Publ., 1983, pp. 243–279. (In Russian).
2. Mishakin V.V., Mitenkov F.M., Danilova N.V., Klyushnikov V.A. The use of acoustic method to estimate the damage of 321 steel under fatigue failure. *Kontrol. Diagnostika*, 2012, No. 7, pp. 9–13. (In Russian).
3. Nichipuruk A.P., Stashkov A.N., Kostin V.N., Korkh M.K. Possibilities of magnetic inspection of plastic deformations preceding failures of low-carbon steels constructions. *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 2009, vol. 45, No. 9, pp. 616–622. DOI: 10.1134/S1061830909090034.
4. Nichipuruk A.P., Rozenfeld E.V., Ogneva M.S., Stashkov A.N., Korolev A.V. An experimental method for evaluating the critical fields of moving domain boundaries in plastically tension-deformed low-carbon wires. *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 2014, vol. 50, No. 10, pp. 566–573. DOI: 10.1134/S1061830914100088.

5. Kuleev V.G., Stashkov A.N., Tsarkova T.P., and Nichipuruk A.P. Experimental determination of critical fields of 90-degree domain wall displacement in plastically deformed low-carbon steels. *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 2018, vol. 54, No. 10, pp. 711–716. DOI: 10.1134/S1061830918100078.
6. Kuleev V.G., Degtyarev M.V., Stashkov A.N., and Nichipuruk A.P. On the origin of peaks of differential magnetic permeability in low-carbon steels after plastic deformation. *The Physics of Metals and Metallography*, 2019, vol. 120, No. 2, pp. 128–132. DOI: 10.1134/S0031918X19020108.
7. Stashkov A.N., Kuleev V.G., Nichipuruk A.P. Studying field dependence of reversible magnetic permeability in plastically deformed low-carbon steels. *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 2018, vol. 54, No. 12, pp. 855–860. DOI: 10.1134/S1061830918120094.
8. Kuleev V.G., Stashkov A.N., Nichipuruk A.P. Reasons for the difference of the fields of the peaks of the reversible and differential magnetic permeability in deformed low-carbon steels. *The Physics of Metals and Metallography*, 2019, vol. 120, No. 7, pp. 632–638. DOI: 10.1134/S0031918X19070044.
9. Stashkov A.N., Nichipuruk A.P., Ogneva M.S., Kuleev V.G. The effect of plastic strain and the orthogonal bias field on the processes of magnetization of low-carbon steel. *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 2012, vol. 48, No. 12, pp. 686–692. DOI: 10.1134/S1061830912120066.
10. Govorkov W.A., Kupalyan S.D. *Teoriya elektromagnitnogo polya v uprazhneniyakh i zadachakh* [Electromagnetic field theory in exercises and tasks]. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 1970, 302 p. (In Russian).
11. Gleiter G., Chalmers B. *Bolsheuglovye granitsy zeren* [High angle grain boundaries]. Moscow, Mir Publ., 1985, 375 p. (In Russian).
12. Kuleev V.G., Tsar'kova T.P., Sazhina E.Y. Effect of transitions of domain boundaries in plastically deformed steels on their residual magnetization. *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 2016, vol. 52, No. 12, pp. 745–752. DOI: 10.1134/S1061830916120123.
13. Polivanov K.M. *Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki* [Theoretical Foundations of Electrical Engineering]. Moscow, Energiya Publ, 1969, 351 p. (In Russian).
14. Bosort P. *Ferromagnetizm* [Ferromagnetism]. Moscow, Izd-vo inostr. lit. Publ., 1956, 784 p. (In Russian).

Подана в журнал: 15.10.2021

УДК 620.179.14

DOI: 10.17804/2410-9908.2021.6.068-079

О ВЛИЯНИИ ПОСТОЯННОГО ТОКА В СТАЛЬНОМ СТЕРЖНЕ НА ЗАВИСИМОСТЬ МАГНИТНОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ОТ ПЕРЕМАГНИЧИВАЮЩЕГО ПОЛЯ

В. Г. Кулеев

*Институт физики металлов УрО РАН имени М. Н. Михеева,
18, ул. Софьи Ковалевской, 620108, г. Екатеринбург, Российская Федерация*

 <https://orcid.org/0000-0002-2122-3241>  kulejev@imp.uran.ru

Ответственный автор. Электронная почта: kulejev@imp.uran.ru

Адрес для переписки: ул. С. Ковалевской, 18, г. Екатеринбург, 620108, Российская Федерация

Теоретически показано, что в случаях, когда процесс необратимого перемагничивания ферромагнитных сталей определяется смещениями только 180-градусных доменных границ, зависимости обратимой проницаемости от перемагничивающего поля в малоуглеродистых сталях при пропускании постоянного тока вдоль стержневого образца должны иметь два максимума вместо обычного одного, имеющего место в отсутствие этого тока. Расстояния между максимумами этих пиков линейно зависят от величины постоянной составляющей тока и, следовательно, от вызванного ею постоянного циркулярного магнитного поля, перпендикулярного перемагничивающему полю.

Это явление должно иметь место как для недеформированных стальных образцов в состоянии после отжига, так и для образцов после пластического растяжения. В последнем случае должны действовать упругие растягивающие напряжения такой величины, чтобы компенсировать внутренние остаточные сжимающие напряжения. Поля обоих пиков магнитной проницаемости в этих двух случаях близки друг к другу.

Ключевые слова: отоженная малоуглеродистая сталь, деформация, остаточные сжимающие напряжения, упругие растягивающие напряжения, ЭДС, циркулярное постоянное и переменное магнитные поля, обратимая магнитная проницаемость: перемагничивание по предельной петле гистерезиса.

1. Введение

Известно, что остаточные напряжения различного происхождения [1] в стальных конструкциях определяют ресурс их безаварийной работы [2]. Поэтому их неразрушающий контроль (НК) является актуальным.

Среди разнообразных методов НК важную роль играют магнитные методы использования зависимости от внутренних напряжений σ_i различных магнитных параметров.

В настоящей работе рассмотрена обратимая магнитная проницаемость $\mu_{rev}(H)$, где H – внутреннее магнитное поле. Кроме него еще действуют дипольные поля от имеющихся внутри стали магнитных неоднородностей, которыми мы в дальнейшем пренебрегаем. Эксперименты в этой области НК можно разделить на две группы: в первой группе переменное магнитное поле $h(t)$ параллельно перемагничивающему полю H [3]; во второй – это поле перпендикулярно: $h \perp H$ [4]. В последнем случае это поле создается обычно путем пропускания тока i вдоль стального образца; причем в общем случае этот ток может иметь и переменную, и постоянную составляющие:

$$\mathbf{i} = \mathbf{i}(t) + \mathbf{i}_0, \quad (1)$$

которые создают соответствующие циркулярные магнитные поля (в цилиндрической системе координат):

$$h_\varphi = h_\varphi(r, t) + h_\varphi^0. \quad (2)$$

Заметим, что учет постоянной составляющей тока может оказаться важным при непосредственном контроле остаточных напряжений в стальных конструкциях, по которым по тем или иным причинам течет паразитный постоянный ток.

В [5] предложен способ выделения вклада смещений 90-градусных ДГ в магнитную проницаемость. Для этого должен быть выделен вклад в проницаемость и от смещений 180-градусных ДГ. В [5], как и в следующих [6–8], постоянное и переменное поля были параллельны. Настоящая работа относится к случаю, когда эти поля перпендикулярны.

Цель работы – исследование зависимости проницаемости $\mu_{\text{rev}}(H)$ в условиях, когда циркулярное поле h_φ имеет помимо переменной еще и постоянную составляющую h_φ^0 и когда намагниченность может изменяться с помощью смещений только 180-градусных ДГ. Это непосредственно относится к отожженным образцам, где имеют место напряжения только второго рода $\sigma_i^{(2)}$.

Также рассмотрены и деформированные стальные образцы в условиях, когда к ним прилагаются упругие растягивающие напряжения такой величины, чтобы скомпенсировать внутренние остаточные сжимающие напряжения [5–8]: в этом случае также возможны смещения только 180-градусных ДГ [4].

2. Поля пиков $\mu_{\text{rev}}^{180}(H)$ в отдельных зернах поликристалла

Рассмотрим необратимые 180-градусные смещения в стержнях из малоуглеродистой отожженной стали в самом простом случае: $h_\varphi^0 = 0$; $h_\varphi(t) \neq 0$ при изменении намагниченности $M(H)$ по спинке петли гистерезиса с уменьшением поля от насыщения. Нас будет интересовать область полей, где происходят необратимые смещения ДГ: от +40 А/см до –40 А/см [5–8] и находятся все пики магнитной проницаемости, являющиеся параметрами контроля остаточных напряжений [5–8].

В силу малости магнитоупругой энергии и энергии во внутреннем поле H , по сравнению с энергией магнитной анизотропии в железе [4, 5, 7], все магнитные моменты зерен находятся в своих легких направлениях типа [100], которые наиболее близки к полю, т. е., в исходном конусе с углами и от (+55°) до (–55°) (рис. 1). И эти направления моментов сохраняются вплоть до их необратимых смещений на 180° в другие легкие направления: ($\theta + 180^\circ$). Такие смещения должны происходить, когда разность энергий начального $E_1(\theta)$ и конечного состояний $E_2(\theta + 180^\circ)$ становится равной (или несколько больше) энергии потенциального барьера 180-градусной ДГ ($M_S H_B^{180}$):

$$\begin{aligned} E_1(\theta) &= -H_0 M_S \cos\theta; \\ E_2(\theta + 180^\circ) &= +H_0 M_S \cos\theta; \\ \Delta E(\theta) &= -2H_0 M_S \cos\theta = M_S H_B^{180}; \\ H_{\text{кр}}^{180}(\theta) &= -H_B^{180}/(2\cos\theta); \\ H_{\text{кр}}^{180}(55^\circ) &= -0,872 H_B^{180}. \end{aligned} \quad (3)$$

Наибольшее значение этого поля для отдельного зерна имеет место при $\theta = 55^\circ$.

Рассмотрим далее влияние постоянного циркулярного поля h_{φ}^0 , вызванного постоянным током через образец, на зависимости магнитной проницаемости в отдельном зерне, находящемся в составе поликристалла. Оно добавляет свою энергию E_{φ} , влияющую на магнитные моменты зерен $M(\theta)$:

$$E_{\varphi}(\theta) = -M_s h_{\varphi}^0 \cos(\theta \pm 90) = \pm M_s h_{\varphi}^0 \sin\theta. \quad (4)$$

Эта энергия имеет разный знак в зависимости от знака i . При поле h_{φ}^0 , направленном вверх, знак (+) относится к половине зерен в исходном конусе с $0 \leq \theta \leq 55^\circ$; а знак (-) относится ко второй половине зерен, у которых $0 \geq \theta \geq -55^\circ$. Такое распределение справедливо для любого сечения единичной сферы, изображенного на рис. 1. При поле h_{φ}^0 , направленном вниз, поля (4) просто меняются местами.

Выражение (4) свидетельствует о том, что на магнитный момент любого зерна в исходном конусе одновременно действуют два разных постоянных поля: одно от перемещающего внутреннего поля H согласно (3), а другое – от постоянного циркулярного поля h_{φ}^0 согласно (4), так что поля, действующие на зерна с $\theta > 0$ и с $\theta < 0$, имеют вид:

$$\begin{aligned} H_1^{180}(\theta) &= -H_0 \cos\theta + h_{\varphi}^0 \sin\theta; \\ H_2^{180}(\theta) &= -H_0 \cos\theta - h_{\varphi}^0 \sin\theta. \end{aligned} \quad (5)$$

После 180-градусного смещения на эти моменты $M(\theta)$ действуют поля:

$$\begin{aligned} H_1^{180}(\theta + 180^\circ) &= H_0 \cos\theta - h_{\varphi}^0 \sin\theta; \\ H_2^{180}(\theta + 180^\circ) &= H_0 \cos\theta + h_{\varphi}^0 \sin\theta. \end{aligned} \quad (6)$$

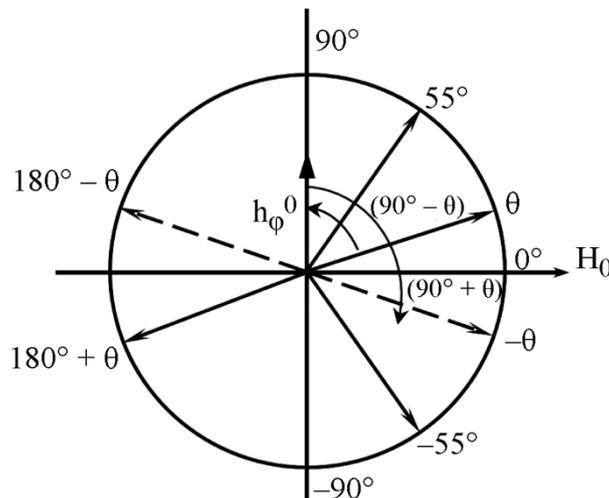


Рис. 1. Схема 180-градусных переходов в образцах малоуглеродистой стали: *сплошные линии* – переходы из области, где $\theta > 0$; *штриховые линии* – переходы из области исходного конуса, где $\theta < 0$

180-градусные необратимые смещения в указанных выше двух половинах зерен поликристалла в исходном конусе произойдут, когда разности полей H_1^{180} и H_2^{180} сравняются с полем H_B^{180} . В результате найдем поля пиков магнитной проницаемости для каждой из половин зерен исходного конуса (рис. 1):

$$H_{np}(\theta) = -H_B^{180}/(2\cos\theta) + h_{\varphi}^0 \operatorname{tg}\theta; \quad (7)$$

$$H_{\text{лев}}(\theta) = -H_B^{180}/(2\cos\theta) - h_\phi^0 \operatorname{tg}\theta.$$

В итоге вместо стандартного при $h_\phi^0 = 0$ одного пика проницаемости при $h_\phi^0 \neq 0$ [7]) в поликристалле должно иметь место два пика магнитной проницаемости $\mu_{\text{rev}}(H, \theta)$. Причем правый пик, в отличие от (3), может появиться в области положительных полей $H_0 > 0$, если выполняется неравенство:

$$h_\phi^0 \sin\theta > H_B^{180}/2. \quad (8)$$

Заметим, что это соотношение можно использовать как независимый способ определения величины ПБ для 180-градусных ДГ. Удвоение числа пиков в перпендикулярных полях было обнаружено ранее в экспериментальной работе [9], где исходя из размагниченного состояния при увеличении перемагничивающего поля было обнаружено появление второго пика кривой $\mu(H)$ при включении перпендикулярного поля. При выключении этого поля имел место только один пик. Такое поведение обратимой проницаемости в [9] не нашло физического объяснения.

Заметим, что вышеприведенные формулы (3)–(8) относятся к отдельным зернам поликристалла без учета особенностей их распределения в исходном конусе (рис. 1).

3. Влияние особенностей распределения зерен в стальном поликристалле на обратимую магнитную проницаемость

С учетом, что на опыте измеряется зависимость ЭДС от поля H с помощью катушки, намотанной на образец, она пропорциональна обратимой магнитной проницаемости. Поскольку нас интересуют только пики $\mu_{\text{rev}}^{180}(H_0)$, обусловленные 180-градусными смещениями, то далее следует учесть еще ряд факторов, влияющих на величины измеряемой ЭДС и соответственно, обратимой магнитной проницаемости.

К ним относятся следующие факторы.

1. Учет роли изменения величин полей h_ϕ^0 и $h_\phi(r, t)$ с ростом радиуса стержня от нуля и до r_0 (последнего с учетом скин-эффекта).

Согласно [10] зависимости полей $h_\phi(r, t)$ и h_ϕ^0 от радиуса стержня имеют вид:

$$h_\phi^0(r) = (i_0 r) / [2\pi(r_0)^2]; \quad (9)$$

$$h_\phi(r, t) = h_\phi \exp(-r/\delta) \cos(\omega t - r/\delta).$$

Здесь δ – глубина скин-слоя; ω – круговая частота; r_0 – радиус стержня; r – его текущее значение.

При данном значении и поле $h_\phi^0(r_0)$ является максимальным. С увеличением радиуса стержня r от нуля и до r_0 квадратично с r растут объемы его элементарных слоев, достигая максимума при $r = r_0$ и пропорционально увеличивая тем самым величину ЭДС а значит и $\mu_{\text{rev}}^{180}(H)$. Существенно, что слои стержня с $r < r_0$ будут давать меньшие значения ЭДС (или μ_{rev}), чем при $r = r_0$, и их роль, следовательно, сводится только к уширению регистрируемого максимума $\mu_{\text{rev}}^{180}(H)$. В итоге максимум из-за его зависимости от r (9) определяется полем на поверхности стержня.

2. При увеличении угла и от 0 до 55° в исходном конусе (рис. 1) число зерен $N(\theta)$ в элементарном слое растет с ростом r в соответствии с известным законом геометрии: $r \sim 2\pi(1 - \cos\theta)$, справедливым для единичной сферы:

$$N(\theta) = A 2\pi(1 - \cos\theta), \quad (10)$$

где A – константа. Так как ЭДС пропорциональна числу зерен, в которых происходят 180-градусные скачки, то в выражении для ЭДС должен быть включен также множитель (10).

3. Учет обстоятельства, что магнитные моменты зерен в исходном конусе направлены под углом и к полю \mathbf{H}_0 и под углами $(90 \pm \theta)$ к полю \mathbf{h}_φ^0 , а ось измерительной катушки параллельна стальному стержню и полю \mathbf{H}_0 . В этом случае, как известно [10], исходные выражения для полей пиков (7) отдельных зерен с данным значением угла и должны быть умножены на $[\cos\theta]$.

4. Учет вклада пар зерен с большеугловыми границами (БУГ) в связи с квадратичной зависимостью их числа от разности углов $\Delta\theta$ между осями [100] в парах зерен с БУГ [5–8].

4. Отожженные стальные образцы

Рассмотрим стальные образцы в отожженном состоянии, когда в них действуют остаточные напряжения только второго рода $\sigma_1^{(2)}$, которые уравновешены внутри каждого зерна [1]; в этом случае все необратимые смещения ДГ являются 180-градусными. Учтем далее, что все зерна поликристалла делятся на две подгруппы: зерна с малоугловыми границами (МУГ) и зерна с БУГ [11]. Их, как показано в [12], на основе анализа диаграмм парных соседств зерен поликристалла соответственно 55,2 % и 44,8 % от всего числа зерен в поликристалле N_0 . И хотя магнитные моменты зерен в обеих подгруппах ориентированы в исходном конусе хаотично, пары зерен с БУГ отличаются от зерен с МУГ тем, что их число растет квадратично с уменьшением величины $\Delta\theta$ – угла между осями [100] двух соседних зерен с БУГ (рис. 1). При этом $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$, где θ_2 и θ_1 – углы между осями [100] зерен 1 и 2, наиболее близкими к полю, и полем \mathbf{H}_0 . Отмеченный квадратичный рост числа зерен с БУГ продолжается от $\Delta\theta = 55^\circ$, где число таких зерен $N(\Delta\theta = 55^\circ)$ равно нулю, до $\Delta\theta = \Delta\theta_{\text{БУГ}}$, где число таких зерен максимально возможное. Угол $\Delta\theta_{\text{БУГ}}$ разделяет зерна с БУГ и МУГ. Из диаграммы парных соседств получено [11], что для ОЦК-решетки железа $\Delta\theta_{\text{БУГ}} = 18,33^\circ$.

В итоге при данном значении $\Delta\theta$ число зерен с БУГ равно [12]:

$$N_{\text{БУГ}}(\Delta\theta) = A_1(55^\circ - \Delta\theta)^2. \quad (11)$$

Здесь A_1 – постоянный множитель. Максимальное значение этого числа равно $N_{\text{БУГ}}(18,33^\circ) = 1344 A_1$.

Угол $\theta = \theta_2$ при $\Delta\theta = \Delta\theta_{\text{БУГ}}$ изменяется от $18,33^\circ$ до 55° , а угол θ_1 – от 0 до $36,66^\circ$ [11, 5]. В результате того, что при $\theta = 55^\circ$ длина окружности вокруг исходного конуса максимальна, то в случае зерен с БУГ величина ЭДС должна достигать своего максимума также при $\theta = 55^\circ$, как и для зерен с МУГ.

Сравнение числа зерен с БУГ при $\Delta\theta = \Delta\theta_{\text{БУГ}}$ с числом зерен с МУГ в слое исходного конуса при $\theta = 55^\circ$ показывает, что главный вклад в пик ЭДС (или, что то же самое, в пропорциональный ему пик обратимой магнитной проницаемости $\mu_{\text{rev}}(\mathbf{H}_0)$ дают зерна с БУГ: их число больше в 1,3 раза числа зерен с МУГ при $\theta = 55^\circ$.

В результате учета всего сказанного общие выражения для полей правого и левого пиков ЭДС при $\mathbf{h}_\varphi^0 \neq 0$ для зерен с любыми и в интервалах: $0 \div 55^\circ$ (для поля $\mathbf{H}_{\text{пр}}^{180}$) и $0 \div -55^\circ$ (для поля $\mathbf{H}_{\text{лев}}^{180}$) имеют вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\text{пр}}^{180}(\theta, \mathbf{h}_\varphi^0) &= -\pi(1 - \cos\theta)\mathbf{H}_B^{180} + 2\pi(1 - \cos\theta) \times \mathbf{h}_\varphi^0 \sin\theta; \\ \mathbf{H}_{\text{лев}}^{180}(\theta, \mathbf{h}_\varphi^0) &= -\pi(1 - \cos\theta)\mathbf{H}_B^{180} - 2\pi(1 - \cos\theta) \times \mathbf{h}_\varphi^0 \sin\theta. \end{aligned} \quad (12)$$

Поля двух наибольших пиков обратимой магнитной проницаемости должны иметь место при $\theta = 55^\circ$ ($\mathbf{H}_{\text{пр}}^{180}$) и при $\theta = -55^\circ$ ($\mathbf{H}_{\text{лев}}^{180}$), где:

$$\begin{aligned} H_{\text{пр}}^{180}(55^\circ, h_\varphi^0) &= -1,34H_B^{180} + 2,19h_\varphi^0; \\ H_{\text{лев}}^{180}(55^\circ, h_\varphi^0) &= -1,34H_B^{180} - 2,19h_\varphi^0. \end{aligned} \quad (13)$$

Перейдем к анализу выражений (12), справедливых для зерен с любыми значениями угла и из указанных выше интервалов его изменения в исходном конусе (рис. 1).

Полусумма этих выражений дает удвоенное «невозмущенное» значение поля пиков 180-градусных смещений, которое отличается от (3) в силу учета особенностей распределения зерен в поликристалле (10) и ориентации измерительной катушки: в нашем случае «невозмущенное» значение этого поля при $\theta = 55^\circ$ есть (13):

$$H_{\text{кр}}^{180}(55^\circ) = -1,34H_B^{180}. \quad (14)$$

Разность выражений (13) ΔH^{180} дает расстояние между двумя пиками ЭДС. Оно линейно зависит от величины h_φ^0 :

$$\Delta H^{180}(55^\circ) = 4,38 \times h_\varphi^0. \quad (15)$$

Сравнение с опытом общего соотношения для ΔH^{180} , полученного из (12)

$$\Delta H^{180}(\theta) = 4\pi h_\varphi^0 \sin\theta (1 - \cos\theta), \quad (16)$$

и знание величины h_φ^0 позволят оценить характер зависимости второго члена в (12) от θ .

Из (13) легко найти значение H_B^{180} по величине h_φ^0 . При $\theta = 55^\circ$ оно равно:

$$H_B^{180} = 1,638 h_\varphi^0. \quad (17)$$

Это же значение получается и из (8) при $\theta = 55^\circ$.

5. Ширины 180-градусных пиков при изменении величины постоянного циркулярного поля h_φ^0

Рассмотрим механизмы уширения двух пиков зависимости $\mu_{\text{rev}}(H_0)$ при $h_\varphi^0 \neq 0$.

Необходимо различать «естественную ширину» локальных пиков $\delta h(r, \theta)$, имеющую место для каждого зерна с данным значением угла и внутри исходного конуса, от интегральной ширины каждого из двух пиков (12), обусловленной всеми зернами поликристалла из каждой половины исходного конуса, т. е., из областей $\theta > 0$ и $\theta < 0$ (рис. 1).

Эта «естественная ширина линии» $\delta h(r, \theta)$ определяется зависимостью модуля переменного циркулярного поля $h_\varphi(r, t)$ от радиуса стержня. Величина $\delta h(r, \theta)$ определяет амплитуду локального пика для каждого зерна с данными значениями r и θ при данной амплитуде переменного поля.

Рассмотрим механизмы формирования локальных пиков, определяющих их ширины $\delta h(r, \theta)$ и, следовательно, их амплитуды. Один из этих механизмов отмечен выше. Он обусловлен зависимостью числа зерен от радиуса стального стержня согласно (9) и, следовательно, одинаков для обоих членов в (12): для члена, пропорционального H_B^{180} , и для члена, пропорционального h_φ^0 . Этот механизм вместе с механизмом поглощения энергии переменного поля (из-за скин-эффекта) [9] определяет естественную ширину каждого локального пика данного зерна, как и его амплитуду.

В первом приближении форма любого локального пика похожа на обычную резонансную [13, 14], хотя механизмы ее образования здесь другие. Для дальнейшего важно, что

с ростом амплитуды пика (например при увеличении $h(r, t)$) в том же отношении должна возрастать и ширина локального пика $\delta h(r, t)$.

Так как каждому значению угла $\theta > 0$ соответствует точно такое же по модулю значение $\theta < 0$ (рис. 1), при каждом $|\theta|$ будем иметь два локальных пика в соответствии с (12) в строго определенных полях и обладающих соответствующей шириной.

Если теперь просуммировать все локальные пики в обоих диапазонах изменения угла и ($0 < \theta < 55^\circ$ и $0 > \theta > -55^\circ$), то получим общую кривую изменения обратимой проницаемости от угла θ (12), содержащую два пика. Так как каждому значению угла и соответствует свое значение поля согласно (12), то легко пересчитать полученные таким образом ширины обоих пиков в соответствующие их полевые значения $\Delta H_{\text{пр}}$ и $\Delta H_{\text{лев}}$ при изменении и от 0° до $\pm 55^\circ$. Эти интегральные ширины определяют и амплитуды интегральных пиков кривой $\mu_{\text{rev}}(H_0)$, обусловленных отмеченными выше вкладами зерен из двух половин исходного конуса (рис. 1). Из-за того, что числа зерен в двух половинах исходного конуса одинаковы, площади двух пиков должны быть также одинаковыми, что будет влиять на относительную форму этих двух интегральных пиков следующим образом.

В области малых h_ϕ^0 , когда члены в (12), пропорциональные h_ϕ^0 , меньше членов, пропорциональных H_B^{180} , главный вклад в общую ширину обоих пиков $\mu_{\text{rev}}(H_0)$ должен давать член с H_B^{180} . Так как в правом пике (поле $H_{\text{пр}}^{180}$) вклады вычитаются, то этот пик должен быть более узким и, следовательно, более высоким, чем левый пик (поле $H_{\text{лев}}^{180}$), где вклады двух членов в (12) складываются, в результате чего ширина этого пика должна равняться сумме «естественных ширин». В результате этот пик должен быть более широким и вместе с тем более низким. Причиной такого поведения является требование одинаковости площадей обоих пиков.

В случае когда член с h_ϕ^0 заметно превышает величину члена с H_B^{180} в (12), он должен давать главный вклад в ширину обоих пиков ($\Delta H_{\text{пр}}$ и $\Delta H_{\text{лев}}$), в результате чего пики должны сближаться и по ширине, и по высоте, хотя правый пик все же должен быть несколько выше левого за счет малого члена с H_B^{180} . На рис. 2 представлена схема изменения обратимой проницаемости с ростом постоянного циркулярного поля. Кроме того, наши выводы интересно проверить на опыте.

6. Деформированные стальные образцы при упругом растяжении

Известно [5–8], что в деформированных растяжением стальных образцах существуют остаточные сжимающие напряжения первого рода $\sigma_i^{(1)}$ [1], ориентированные вдоль действовавшей ранее нагрузки (и поля H_0). Эти напряжения являются причиной появления необратимых смещений 90-градусных ДГ при изменении намагниченности по спинке петли гистерезиса [5–8]. В обратимой магнитной проницаемости $\mu_{\text{rev}}(H_0)$ такие смещения вызывают два пика: при $H_0 > 0$ и при $H_0 < 0$ [7, 8].

В итоге общее необратимое изменение проницаемости с полем определяется суммой 90-градусных и 180-градусных переходов. Поэтому, чтобы получить только 180-градусные переходы при перемагничивании деформированных образцов, нужно приложить к ним упругое растягивающее напряжение $\sigma_0 > 0$ такой величины, которая достаточна для компенсации всех остаточных сжимающих напряжений первого рода $\sigma_i^{(1)}$, существующих только в зернах с БУГ [5–8, 12].

Напряжения $\sigma_i^{(1)}$, как известно [5, 11], изменяются от своего минимального значения σ_i^{min} , имеющего место при $\Delta\theta = \Delta\theta_{\text{БУГ}}$, до максимального σ_i^{max} , имеющего место при $\Delta\theta = 55^\circ$. В результате полная компенсация всех остаточных сжимающих напряжений наступит при $\sigma_0 = |\sigma_i^{\text{max}}|$.

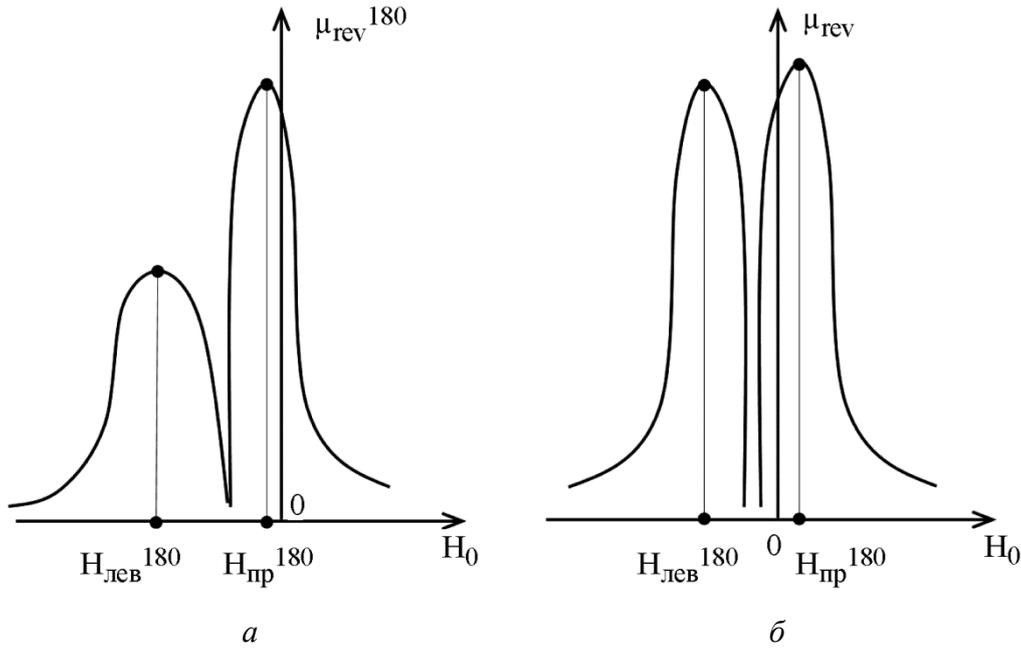


Рис. 2. Схема изменения вида кривой $\mu_{rev}^{180}(H)$ (12) с ростом величины постоянного циркулярного поля h_{ϕ}^0 : *a* – член в H_B^{180} больше члена с h_{ϕ}^0 ; *б* – член с H_B^{180} значительно меньше члена с h_{ϕ}^0

В частности, при деформации $\varepsilon = 8,4\%$ отожженной стали Ст3 согласно [5, 6] $\sigma_i^{max} = -300$ МПа. В этом случае при $\sigma_0 = +300$ МПа все остаточные сжатые зерна (зерна с БУГ) будут находиться в растянутом состоянии, не говоря уже о зернах с МУГ, в которых остаточные напряжения первого рода отсутствуют.

В итоге все зерна стального образца будут находиться в растянутом состоянии, и при перемагничивании деформированного и растянутого упруго стального образца имеют место только необратимые смещения 180-градусных ДГ [13], ситуация с которыми полностью совпадает с таковой в рассмотренном ранее случае отожженных образцов.

Будет только сравнительно небольшое различие этих случаев, обусловленное некоторым увеличением эффективной константы анизотропии по сравнению с отожженным состоянием, где она равнялась K_1 [14]. Новая эффективная константа анизотропии при упругом растяжении K_{ϕ} больше, чем K_1 , и в первом приближении [14] равна:

$$K_{\phi} = K_1 + 1,5 \lambda_{100} \cdot \sigma_0. \quad (18)$$

В приведенном в качестве примера случае ($\varepsilon = 8,4\%$; $\sigma_0 = 300$ МПа; Ст3) второй член в (18) составляет 20 % от первого. Согласно [15] это приводит к небольшому сужению 180-градусной ДГ (максимально до 8 %), в результате чего также незначительно возрастет поле потенциального барьера 180-градусных $\Delta\theta H_B^{180}$ (примерно на 4 %). В остальных случаях деформированных и затем растянутых упруго стальных образцов полностью совпадает с рассмотренным ранее случаем отожженных образцов.

7. Выводы

1. Показано, что циркулярное постоянное магнитное поле при перемагничивании стали должно приводить к двум максимумам зависимости обратимой магнитной проницаемости $\mu_{rev}(H_0)$ и в отожженном, и в деформированном состояниях. В последнем случае должны накладываться упругие растягивающие напряжения такой величины, чтобы были возможны только 180-градусные смещения.

2. Установлено, что расстояния между полями максимумов $H_{пр}^{180}$ и $H_{лев}^{180}$ на полевых зависимостях обратимой магнитной проницаемости должны линейно зависеть от величины постоянной составляющей циркулярного магнитного поля h_{ϕ}^0 на поверхности стального стержня.

3. Предсказан характер изменения относительной формы двух пиков кривой $\mu_{rev}^{180}(H_0)$ с ростом величины постоянного циркулярного поля h_{ϕ}^0 , определяемый, во-первых, равенством числа зерен, участвующих в создании двух пиков, и, во-вторых, относительной величиной двух вкладов в поля пиков: вклада, пропорционального полю потенциального барьера для 180-градусных смещений H_B^{180} , и вклада, пропорциональному постоянному циркулярному полю h_{ϕ}^0 на поверхности стержня.

4. В работе также показано, что главный вклад в поля обоих пиков зависимости $\mu_{rev}^{180}(H)$ дают зерна с БУГ, что обусловлено квадратичной зависимостью их числа от $\Delta\theta$ – разности углов между осями [100] любых двух граничащих друг с другом зерен с БУГ.

5. Из материала работы следует, что постоянные токи, которые могут протекать по контролируемым стальным изделиям, неизбежно искажают форму полевых зависимостей обратимой магнитной проницаемости (по сравнению, например, с результатами работ [7, 8]), что необходимо учитывать при определении величин остаточных механических напряжений.

Благодарность

Работа выполнена в рамках государственного задания МИНОБРНАУКИ России (тема «Диагностика», № АААА-А18-118020690196-3).

Литература

1. Вольфарт Х. Влияние остаточных напряжений // Поведение сталей при циклических нагрузках / под ред. В. М. Даля. – М. : Металлургия, 1983. – С. 243–279.
2. Использование акустического метода оценки поврежденности стали при усталостном разрушении / В. В. Мишакин, Ф. М. Митенков, Н. В. Данилова, В. А. Ключников. – Контроль. Диагностика. – 2012. – № 7. – С. 9–13.
3. Possibilities of magnetic inspection of plastic deformations preceding failures of low-carbon steels constructions / A. P. Nichipuruk, A. N. Stashkov, V. N. Kostin, M. K. Korkh // Russian Journal of Nondestructive Testing. – 2009. – Vol. 45, No. 9. – P. 616–622. – DOI: 10.1134/S1061830909090034.
4. An experimental method for evaluating the critical fields of moving domain boundaries in plastically tension-deformed low-carbon wires / A. P. Nichipuruk, E. V. Rozenfeld, M. S. Ogneva, A. N. Stashkov, A. V. Korolev // Russian Journal of Nondestructive Testing. – 2014. – Vol. 50, No. 10. – P. 566–573. – DOI: 10.1134/S1061830914100088.
5. Experimental determination of critical fields of 90-degree domain wall displacement in plastically deformed low-carbon steels / V. G. Kuleev, A. N. Stashkov, T. P. Tsarkova, and A. P. Nichipuruk // Russian Journal of Nondestructive Testing. – 2018. – Vol. 54, No. 10. – P. 711–716. – DOI: 10.1134/S1061830918100078.
6. On the origin of peaks of differential magnetic permeability in low-carbon steels after plastic deformation / V. G. Kuleev, M. V. Degtyarev, A. N. Stashkov, and A. P. Nichipuruk // The Physics of Metals and Metallography. – 2019. – Vol. 120, No. 2. – P. 128–132. – DOI: 10.1134/S0031918X19020108.
7. Stashkov A. N., Kuleev V. G., Nichipuruk A. P. Studying field dependence of reversible magnetic permeability in plastically deformed low-carbon steels // Russian Journal of Nondestructive Testing. – 2018. – Vol. 54, No. 12. – P. 855–860. – DOI: 10.1134/S1061830918120094.
8. Kuleev V. G., Stashkov A. N., Nichipuruk A. P. Reasons for the difference of the fields of the peaks of the reversible and differential magnetic permeability in deformed low-carbon steels // The Physics of Metals and Metallography. – 2019. – Vol. 120, No. 7. – P. 632–638. – DOI: 10.1134/S0031918X19070044.

9. The effect of plastic strain and the orthogonal bias field on the processes of magnetization of low-carbon steel / A. N. Stashkov, A. P. Nichipuruk, M. S. Ogneva, V. G. Kuleev // Russian Journal of Nondestructive Testing. – 2012. – Vol. 48, No. 12. – P. 686–692. – DOI: 10.1134/S1061830912120066.
10. Говорков В. А., Купалян С. Д. Теория электромагнитного поля в упражнениях и задачах. – М. : Высшая школа, 1970. – 302 с.
11. Глейтер Г., Чалмерс Б. Большеугловые границы зерен. – М. : Мир, 1985. – 375 с.
12. Kuleev V. G., Tsar'kova T. P., Sazhina E. Y. Effect of transitions of domain boundaries in plastically deformed steels on their residual magnetization // Russian Journal of Nondestructive Testing. – 2016. – Vol. 52, No. 12. – P. 745–752. – DOI: 10.1134/S1061830916120123.
13. Поливанов К. М. Теоретические основы электротехники. – М. : Энергия, 1969. – 351 с.
14. Бозорт Р. Ферромагнетизм / пер. с англ. – М. : Изд-во иностр. лит., 1956. – 784 с.