

Received: 14.04.2022
Revised: 16.05.2022
Accepted: 24.06.2022
DOI: 10.17804/2410-9908.2022.3.013-024

CALCULATING THE PROBABILITY OF THE FAILURE-FREE OPERATION OF SPUR GEAR TRANSMISSIONS

S. Yu. Lebedev^{a)*} and V. N. Syzrantsev^{b)}

*Industrial University of Tyumen,
38 Volodarskogo St., Tyumen, 625000, Russian federation*

^{a)}  <https://orcid.org/0000-0001-7611-6884>  lebedevsergey1995@gmail.com;

^{b)}  syzrantsevvn@tyuiu.ru

*Corresponding author. E-mail: lebedevsergey1995@gmail.com

Address for correspondence: ul. Melnikaite, 44, room 222, Tyumen, Russian Federation
Tel.: +7 919 958 51 91

The article presents an improved method for calculating the probability of failure-free operation of case-hardened spur gear transmissions. The existing methods for calculating the probability of failure-free operation of gear transmissions are analyzed. The failure tree for a case-hardened spur gear transmission is presented. The probability of failure-free operation of case-hardened cylindrical gear transmissions is presented as the product of the probabilities of failure-free operation of the gear and the wheel according to the following criteria (failure types): contact endurance (pitting), bending endurance (tooth breakage), and tooth interior fatigue fracture (deep contact chipping). An algorithm has been developed for calculating the probability of failure-free operation of case-hardened spur gear transmissions. To restore the torque distribution density function in the proposed method, nonparametric statistics methods are implemented. In the calculation of contact stresses, the skew angle is taken into account, which is the sum of two angles: the skew angle due to deformations of the transmission elements and the housing; the total angle of technological misalignment of wheel tooth surfaces, caused by errors in the manufacture of the teeth and mounting errors during the assembly of the transmission. An example of a test calculation of the probability of failure-free operation of a case-hardened spur gear transmission according to the presented method is given. Based on the work performed, conclusions are formulated.

Keywords: probability of failure-free operation, nonparametric statistics methods, spur gear, machine reliability.

References

1. Reshchikov V.F. *Trenie i iznos tyazhelonagruzhennykh peredach* [Friction and wear in heavy-loaded transmissions]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975, 232 p. (In Russian).
2. Kogaev V.P., Drozdov Yu.N. *Prochnost' i iznosostojkost' detaley mashin* [Strength and wear resistance of machine elements: a textbook for engineering high schools]. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 1991, 318 p. (In Russian).
3. ISO 6336. *Calculation of load capacity of spur and helical gears*. International Organization for Standardization (ISO), 2007.
4. GOST 21354-87. *Cylindrical evolvent gears of external engagement. Strength calculation*. Moscow, Izd-vo standartov Publ., 1988, 125 p. (In Russian).
5. Sharma Vikas, Parey Anand. Gearbox fault diagnosis using RMS based probability density function and entropy measures for fluctuating speed conditions. *Structural Health Monitoring*, 2016, pp. 1–14. DOI: 10.1177/1475921716679802.

6. Sun YuanTao, Liu Chao, Zhang Qing, Qin XianRong. Multiple Failure Modes Reliability Modeling and Analysis in Crack Growth Life Based on JC Method. *Mathematical Problems in Engineering*, 2017, pp. 1–5. DOI: 10.1155/2017/2068620.
7. Prushak V.Ya., Chernous D.A., Volchek O.M. Influence of dynamic load on gear transmission durability of heavy-duty roadheading machines. *Proceedings of the National Academy of Sciences of Belarus. Physical-technical series. Vesci Nacyánal'naj akadèmiì navuk Belarusi. Seryâ fizika-tèhničnyh navuk*, 2018, vol. 63, No. 2, pp. 192–200. DOI: 10.29235/1561-8358-2018-63-2-192-200. (In Russian).
8. Reshetov D.N., Ivanov A.S., Fadeev V.Z. *Nadezhnost' mashin* [Machine Reliability: Manual for Higher Education Institutions]. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 1988, 238 p. (In Russian).
9. Wu Ying, Xie Li-Yang, Wang De-Cheng, Gao Ji-Zhang. Reliability Analysis of Shiplift Gear Based on System-level Load-Strength Interference Model. *Advanced Materials Research*, 2010, vol. 118–120, pp. 354–358. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.118-120.354.
10. Ognjanović Milosav, Milutinović Miroslav S. Design for Reliability Based Methodology for Automotive Gearbox Load Capacity Identification. *Strojniški vestnik–Journal of Mechanical Engineering*, 2013, vol. 59 (5), pp. 311–322. DOI: 10.5545/sv-jme.2012.769.
11. Rudenko S.P. & Val'ko A. L. Features of analysis of gear wheels of transmissions on deep back-to-back endurance. *Vestnik Mashinostroeniya*, 2015, No. 11, pp. 5–11. ISSN 0042-4633. (In Russian).
12. Zhu Caichao, Chen Shuang, Liu Hua iju, Huang Huaqing, Li Guangfu, Ma Fei. Dynamic analysis of the drive train of a wind turbine based upon the measured load spectrum. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2014, vol. 28 (6), pp. 2033–2040. DOI: 10.1007/s12206-014-0403-0.
13. Syzrantsev V.N., Antonov M.D. An algorithm for determining the parameters of the distribution density function with the application of nonparametric statistics methods. *14th International Conference on MRDMS-2020, Ekaterinburg: AIP Conference Proceedings*, 2020, pp. 40–42. DOI: 10.1063/5.0037016.
14. Syzrantsev V.N., Nevelev Ya.P., Golofast S.L. *Raschet prochnostnoy nadezhnosti izdeliy na osnove metodov neparametricheskoy statistiki* [Calculation of strength reliability of products based on methods of nonparametric statistics]. Novosibirsk, Nauka Publ., 2008, 216 p. (In Russian).
15. Golofast S.L. *Diagnostika rabotosposobnosti peredach Novikova datchikami deformatsii integral'nogo tipa* [Serviceability diagnostics of Wildhaber-Novikov gearings by integral strain gauges]. Novosibirsk, Nauka Publ., 2004. 164 p. (In Russian).
16. Brecher Ch., Löpenhaus Ch., Brimmers J., Henser J. Influence of the Defect Size on the Tooth Root Load Carrying Capacity. *GEARTECHNOLOGY*, November/December 2017, pp. 92–100. Available at: <https://www.geartechnology.com/issues/1117x/defect-size.pdf>
17. Lebedev S.Yu. Analysis of methods for calculating tooth interior fatigue fracture, *OMSK SCIENTIFIC BULLETIN*, 2022, No. 2 (182). (In Russian).
18. *Reduktory energeticheskikh mashin: spravochnik* [Yu.L. Derzhavets, ed., Gearboxes of power machines: reference book]. St. Petersburg, Mashinostroenie Publ., 1985, 232 p. (In Russian).
19. Korotkin V.I., Kolosova E.M., Onishkov N.P. Forecasting of the contact endurance of hardened teeth and the load capacity of involute gear transmissions based on the limit state criterion of the material. *Vestnik Mashinostroeniya*, 2021, no. 12. pp. 35–37. DOI: 10.36652/0042-4633-2021-12-35-37. (In Russian).
20. Al Baydu, Patel R., Langlois P. Comparison of Tooth Interior Fatigue Fracture Load Capacity to Standardized Gear Failure Modes. *Gear solutions*, 2017, pp. 47–57.
21. Houyi B., Caichao Z., Ye Zh., Xiaojin Ch., Houbin F., Wei Ye. Study on Tooth Interior Fatigue Fracture Failure of Wind Turbine Gears. *Metals*, 2020, No. 10 (11), pp. 1497 (1–18). DOI: 10.3390/met10111497.

22. Lebedev S.Yu., Syzrantsev V.N. Probability of no-failure operation of cylindrical gears: tooth interior fatigue fracture. *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mechanical Engineering Industry*, 2022, vol. 22, No. 2, pp. 20–32. DOI: 10.14529/engin220202. (In Russian).
23. Syzrantseva K.V. *Raschet prochnostnoi nadezhnosti detalei mashin pri sluchainom kharaktere vneshnikh nagruzok* [Calculation of strength reliability of machine parts at random nature of the external loads]. Tyumen, Tyumen State Oil and Gas University Publ., 2011.

Подана в журнал: 14.04.2022

УДК 621.83.053.3

DOI: 10.17804/2410-9908.2022.3.013-024

К РАСЧЕТУ ВЕРОЯТНОСТИ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ ЗУБЧАТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧ

С. Ю. Лебедев^{а)}*, В. Н. Сызранцев^{б)}

*Тюменский индустриальный университет, г. Тюмень,
38, ул. Володарского, г. Тюмень, 625000, Российская Федерация*

^{а)}  <https://orcid.org/0000-0001-7611-6884>  lebedevsergey1995@gmail.com;

^{б)}  syzrantsevvn@tyuiu.ru

* Ответственный автор. Электронная почта: lebedevsergey1995@gmail.com
Адрес для переписки: ул. Мельникайте, д. 44, к. 222, г. Тюмень, Российская Федерация
Тел.: +7-919-958-51-91

В статье приведена усовершенствованная методика расчета вероятности безотказной работы поверхностно упрочненных зубчатых цилиндрических передач. Выполнен анализ существующих методов расчета вероятности безотказной работы зубчатых цилиндрических передач. Представлено дерево отказов поверхностно упрочненной зубчатой цилиндрической передачи. Вероятность безотказной работы поверхностно упрочненных зубчатых цилиндрических передач представлена как произведение вероятностей безотказной работы шестерни и колеса по следующим критериям (видам отказов): контактная выносливость (питтинг), изгибная выносливость (поломка зуба) и глубинная контактная выносливость (глубинной контактное выкрашивание). Разработан алгоритм методики расчета вероятности безотказной работы поверхностно упрочненных зубчатых цилиндрических передач. Для восстановления функции плотности распределения крутящего момента в предлагаемой методике реализованы методы непараметрической статистики. При расчете действующих контактных напряжений учитывался угол перекоса, являющийся суммой двух углов: угла перекоса, обусловленного деформациями элементов передачи и корпуса, и суммарного угла технологического перекоса поверхностей зубьев колес, вызванного погрешностями изготовления зубьев и ошибками монтажа при сборке передачи. Приведен пример тестового расчета вероятности безотказной работы поверхностно упрочненной зубчатой прямозубой цилиндрической передачи по представленной методике. На основе выполненной работы были сформулированы выводы.

Ключевые слова: вероятность безотказной работы, методы непараметрической статистики, зубчатая цилиндрическая передача, надежность машин.

1. Введение

Зубчатые цилиндрические передачи являются неотъемлемой частью большинства технических систем: главной передачи электромобиля, верхнего привода буровой колонны, привода механизма судоподъемника и т. д. Отказ зубчатой передачи может повлечь за собой выход из строя всей технической системы, снизить ресурс или привести к отказу других элементов системы, создать аварийную ситуацию. Поэтому точная оценка надежности зубчатых передач так важна для современного мира.

Вероятность безотказной работы является показателем надежности и определяет вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта не возникнет. Под объектом подразумевается часть технической системы (конструктивный элемент, деталь, механизм, привод и т. д.) либо система в целом.

Вероятность безотказной работы зубчатой передачи оценивается по различным типам отказов. Так для поверхностно-упрочненных передач возможными отказами в процессе эксплуатации будут являться не только потеря контактной или изгибной прочности, но и отслаивание закаленного поверхностного слоя, вызванное потерей глубинной контактной прочности. На рис. 1 представлено дерево отказов поверхностно упрочненной зубчатой передачи. Возможными событиями, порождающими отказ передачи, являются контактное выкрашивание (питтинг), поломка зуба и глубинное контактное выкрашивание (отслаивание упрочненного слоя); при этом вероятность одного и того же события для колеса и шестерни может отличаться ввиду различий в геометрии, материале и виде термообработки. Отметим, что в дереве отсутствует абразивный износ, т.к. в поверхностно упрочненных зубчатых передачах он практически отсутствует [1, 2].

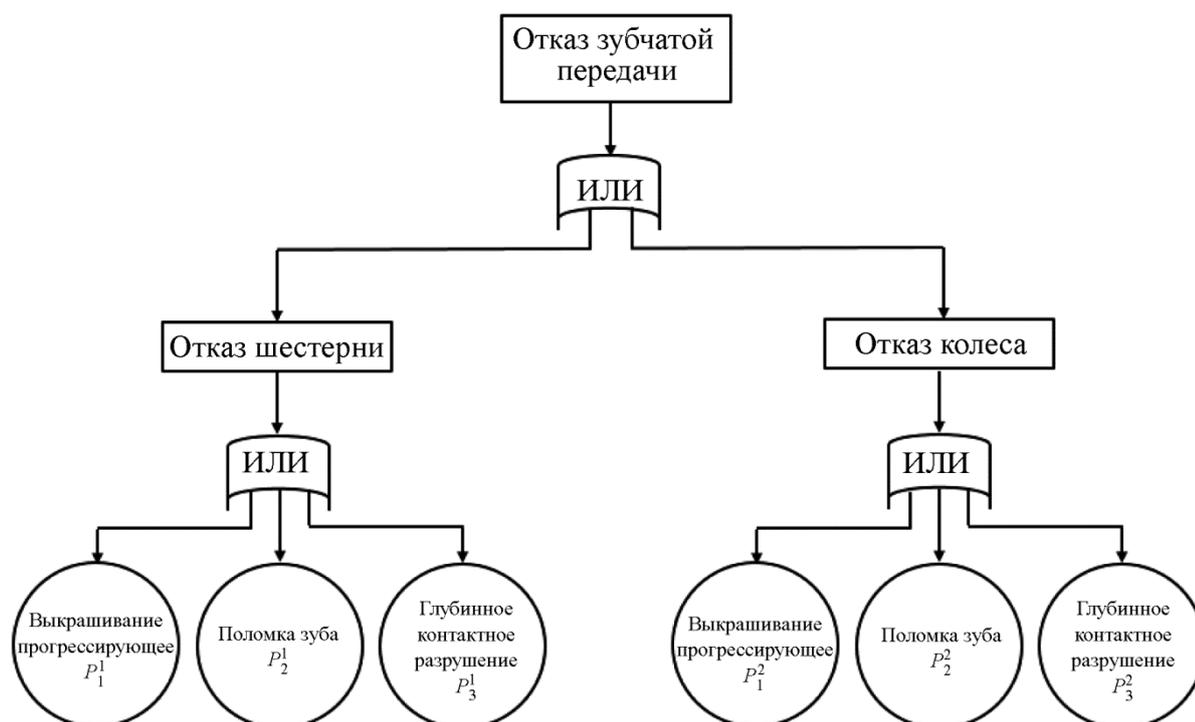


Рис. 1. Дерево отказов поверхностно упрочненной зубчатой передачи

Для расчета вероятности безотказной работы по критерию контактной и изгибной выносливости необходимо иметь функции плотности распределения двух случайных величин: фактических и допускаемых напряжений. Обе функции представляют собой математические модели, уравнения которых представлены в стандартных методиках расчета передач [3, 4]. Часть параметров математических моделей являются случайными числами (крутящий момент, угол перекоса, твердость контактной поверхности и т. д.), поэтому при реализации расчета эти параметры задают выборками случайных чисел, взятых из экспериментальных данных [5], либо применяют датчики случайных чисел (ДСЧ) с заданными параметрами распределения [6]. Параметры, связанные с какими-либо технологическими факторами (погрешности сборки и изготовления), обычно задаются ДСЧ с логарифмически нормальным законом распределения [7]. Закон распределения крутящего момента может иметь различные уравнения, зависящие от условий эксплуатации. Так, в [8] работу зубчатой передачи делят на легкий, средний и тяжелый режимы, для каждого из которых определена функция плотности распределения крутящего момента. Рассмотрим подробнее конкретные случаи применения различных кривых плотности распределения крутящего момента для оценки надежности передач каких-либо технических систем.

В [9] выборка крутящего момента для расчета вероятности безотказной работы зубчатого привода судоподъемника представляет собой порядковую статистику с логарифмически нормальной функцией плотности распределения, зависящей от четырех сил, действующих на судно: неуравновешенный вес, ветровая нагрузка, силы трения и силы инерции. Для расчета вероятности безотказной работы автоматической коробки передач [10] функция распределения крутящего момента задана распределением Вейбулла. Выбор кривой обоснован рекомендациями ISO 6336. В [11] при расчете редуктора мотор-колеса карьерного самосвала график распределения удельной тяговой силы на колесе имеет форму, подобную логарифмически нормальному распределению. Для оценки надежности зубчатых передач привода ветрогенератора в [12] была использована выборка крутящего момента, представленного на рис. 2. Судя по изображению, можно заключить, что закон распределения крутящего момента имеет вид бимодальной функции.

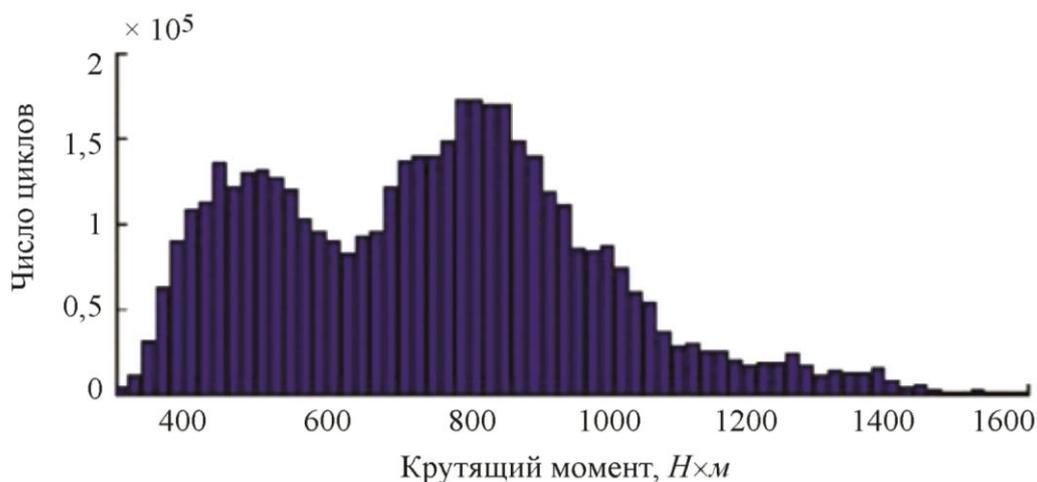


Рис. 2. Статистические данные крутящего момента на входном валу привода ветрогенератора [12]

В [13, 14] функция плотности распределения крутящего момента определяется методами непараметрической статистики, для чего используются результаты экспериментальных данных. Такой подход делает методику оценки надежности более гибкой и универсальной.

Помимо задания функций плотности распределения случайных величин при реализации расчетов вероятности безотказной работы, стоит отметить, что также совершенствуются и сами математические модели фактических и допускаемых напряжений поверхностно упрочненных зубчатых передач. Это связано, прежде всего, с тем, что увеличение твердости поверхностного слоя зуба снижает его упругопластические свойства, а это негативно влияет на предел изгибной выносливости. Поэтому в [15] при оценке надежности зубчатых передач по критерию изгибной выносливости учитывают параметры упрочненного слоя. Также учитывают влияние микроструктуры материала зуба. В [16] учет макро- и микротрещин внутри тела зуба и функции изменения твердости упрочненного слоя при расчете изгибной прочности позволил получить результаты с погрешностью относительно эксперимента менее 10 %.

Расчет вероятности безотказной работы по критерию глубинной контактной выносливости является наименее разработанным (в результате анализа отечественной и зарубежной литературы не было выявлено ни одного примера методики определения вероятности безотказной работы – расчеты сводятся к определению коэффициента запаса прочности или срока службы передачи [17]). Во-первых, существуют различия в используемых методиках расчета глубинных напряжений ввиду различных теоретических положений: гипотезы Геста–Мора [18], обобщенного критерия предельного состояния Лебедева–Писаренко для структурно неоднородного материала [19], критерия Финдли [20] и др. Во-вторых, важное значение для определения

предела глубинной выносливости имеет функция изменения твердости по глубине упрочненного слоя, у которой также существует несколько уравнений [21]. В-третьих, при изменении значения крутящего момента будет изменяться и глубина залегания минимального запаса прочности внутри тела зуба, что требует определения точки по глубине упрочненного слоя зуба, в которой будет рассчитана вероятность безотказной работы по критерию глубинной контактной выносливости.

В результате представленного выше анализа можно заключить, что разработка методологии оценки надежности поверхностно упрочненных зубчатых передач на сегодняшний день является актуальной задачей. Цель данной статьи – представить усовершенствованную методику расчета вероятности безотказной работы поверхностно упрочненных цилиндрических передач.

2. Методика расчета вероятности безотказной работы зубчатых цилиндрических передач

Любой вид отказа в зубчатой передаче является независимым событием. Рассматривая зубчатую передачу как техническую систему, можем заключить, что вероятность безотказной работы будет равна произведению вероятностей безотказной работы по каждому из возможных отказов:

$$P_{\text{зп}}(t) = \prod_{j=1}^6 P_j^k(t), \quad (1)$$

где $P_j^k(t)$ – вероятность безотказной работы по каждому из возможных отказов шестерни и колеса; k – индекс шестерни ($k = 1$) и колеса ($k = 2$); t – время наработки.

На рис. 3 представлен алгоритм методики расчета вероятности безотказной работы поверхностно упрочненных зубчатых цилиндрических передач.

В блоке 1 (рис. 3) осуществляется ввод исходных данных, таких же, как и для проверочного расчета зубчатой передачи. Отличием будет необходимость выбрать функцию плотности распределения крутящего момента и ее параметры либо загрузить выборку значений крутящего момента.

Блок 2 представляет собой отдельную программу, которая осуществляет восстановление функция плотности распределения крутящего момента, используя методы непараметрической статистики.

Блоки 3 и 4 выполняют параллельные расчеты вероятности безотказной работы шестерни и колеса по критерию контактной и изгибной выносливости. Расчетные формулы, используемые в блоках 3 и 4, взяты из ГОСТ 21354-87. Датчиками случайных чисел задаются коэффициент, учитывающий распределение нагрузки между зубьями, технологические углы перекоса поверхностей зубьев колес и значения допускаемых контактных и изгибных напряжений.

Отличительной особенностью предлагаемой методики является расчет суммарного угла перекоса, который вычисляется как сумма двух углов:

$$\gamma = \gamma_T + \gamma_F, \quad (2)$$

где γ_F – угол перекоса, обусловленный деформациями элементов передачи и корпуса, рад; γ_T – суммарный угол технологического перекоса поверхностей зубьев колес, вызванного погрешностями изготовления зубьев и ошибками монтажа при сборке передачи, рад.

Угол γ_F зависит от величины крутящего момента и определяется по зависимости:

$$\gamma_F = \left(\frac{\gamma_2}{2} - \gamma_1\right) \left(\frac{T_1^i}{T_{1n}^i}\right)^2 + \left(2\gamma_1 - \frac{\gamma_2}{2}\right) \left(\frac{T_1^i}{T_{1n}^i}\right), \quad (3)$$

где T_1^i – i -е значение из выборки крутящего момента, $H \cdot м$; T_{1n} – номинальное (среднее) значение крутящего момента, $H \cdot м$; γ_1 – угол перекоса зубьев в зацеплении, вызванный деформациями элементов передачи при T_{1n} , рад; γ_2 – угол перекоса зубьев в зацеплении, вызванный деформациями элементов передачи при максимальном крутящем моменте, рад.

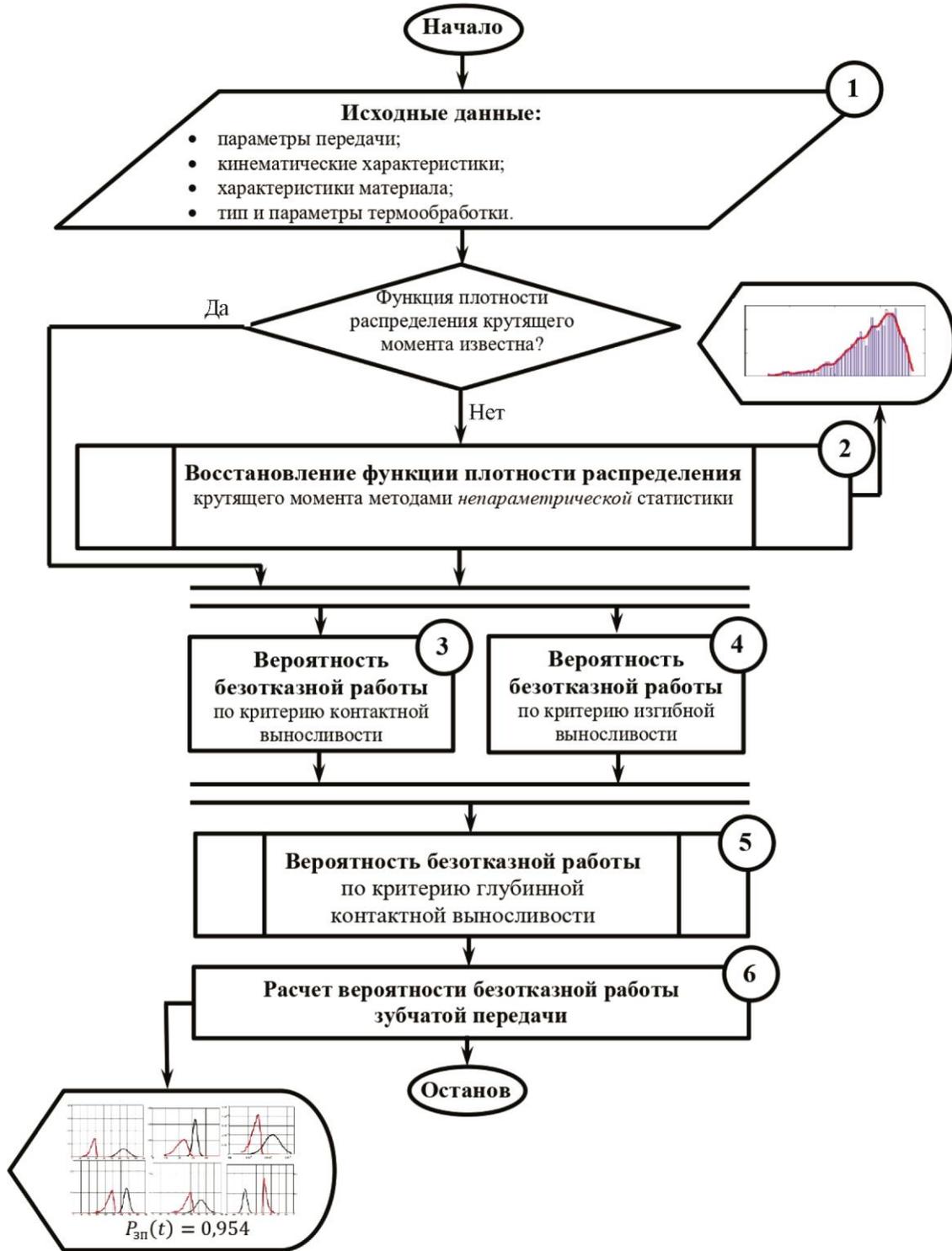


Рис. 3. Алгоритм методики расчета вероятности безотказной работы поверхностно упрочненных зубчатых цилиндрических передач

В блоке 5 осуществляется расчет вероятности безотказной работы шестерни и колеса по критерию глубинной контактной выносливости. Подробно реализованный расчет описан в [22]. Для расчета в блоке 5 необходима выборка контактных напряжений, поэтому расчет выполняется после блока 3.

В блоке 6 реализуется расчет вероятности безотказной работы зубчатой передачи по формуле (1).

3. Результаты расчетов

Используя представленную методику, выполним расчет вероятности безотказной работы для зубчатой цилиндрической передачи, параметры которой представлены в таблице.

Таблица

Параметры зубчатой передачи

| Параметр | Значение |
|--|--------------------------|
| Модуль, мм | 10,5 |
| Число зубьев – шестерни – колеса | 12 53 |
| Приведенный радиус кривизны в полюсе зацепления, мм | 94,605 |
| Угол наклона зубьев, град. | 0 |
| Материал – шестерня – колесо | 12ХНЗА 40Х |
| Поверхностное упрочнение – шестерня – колесо | цементация цементация |
| Твердость поверхности зуба, HV – шестерня – колесо | 600 570 |
| Твердость сердцевины, HV – шестерня – колесо | 320 300 |
| Общая толщина упрочненного слоя, мм | 2 |
| Эффективная толщина упрочненного слоя (по ГОСТ 21354-87), мм | 1,007 |
| Модуль упругости, МПа | $2,15 \cdot 10^5$ |
| Коэффициент Пуассона | 0,3 |
| Крутящий момент, кН·м | 5 |
| Скорость вращения колеса, об/мин | 15 |
| Срок службы передачи, час | 12 000 |

Расчет выполнялся для выборки крутящего момента при номинальном значении 5 кН·м и функции плотности β -распределения ($a = 6$, $b = 2$), что соответствует тяжелому режиму работы зубчатой передачи [23].

Результаты расчетов по предлагаемой методике представлены на рис. 4. Наиболее вероятным типом отказа для рассчитываемой передачи будет контактное разрушение. Вероятность безотказной работы зубчатой передачи для заданного срока службы равна 93,3 %.

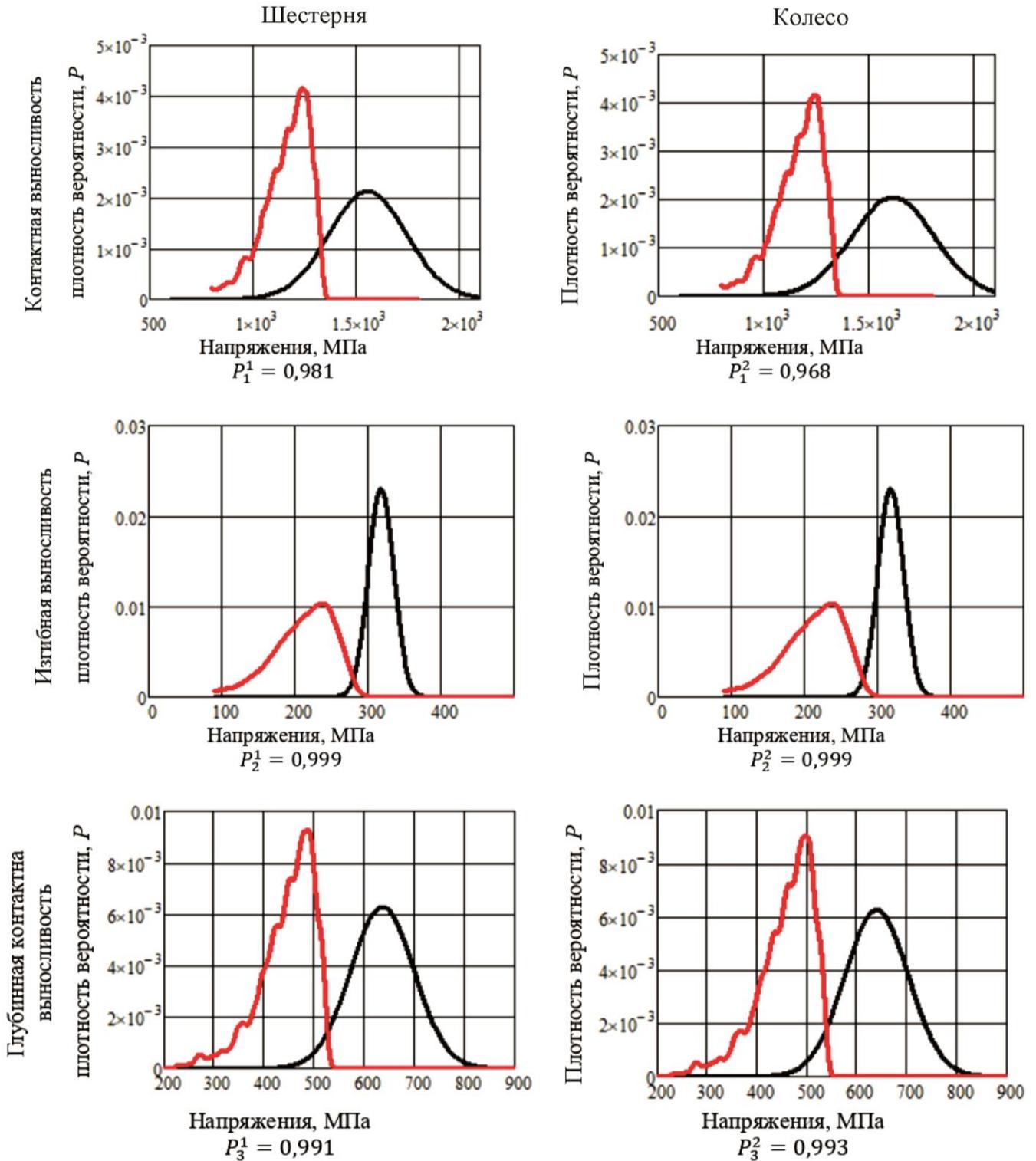


Рис. 4. Результаты расчетов вероятности безотказной работы передачи

4. Заключение

На основе представленной работы можно сделать следующие выводы.

Предложена методика расчета вероятности безотказной работы поверхностно упрочненных зубчатых передач, отличающаяся тем, что:

1. расчет выполняется для шестерни и колеса;

2. учитывается вероятность безотказной работы по критерию глубинной контактной выносливости;
3. используются инструменты непараметрической статистики;
4. при расчете контактных напряжений учитывается угол перекоса, вызванный деформацией элементов передачи и корпуса.

На основе предложенной методики был выполнен тестовый расчет поверхностно упрочненной зубчатой передачи, вероятность безотказной работы которой была определена равной 93,3 %.

Литература

1. Решиков В. Ф. Трение и износ тяжело нагруженных передач. – М. : «Машиностроение», 1975. – 232 с.
2. Когаев В. П., Дроздов Ю. Н. Прочность и износостойкость деталей машин: учебное пособие для машиностроительных вузов. – М. : Высшая школа, 1991. – 318 с.
3. ISO 6336. Calculation of load capacity of spur and helical gears. – International Organization for Standardization (ISO), 2007.
4. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные. Расчет на прочность. – М. : Изд-во стандартов, 1988. – 125 с.
5. Sharma Vikas, Parey Anand. Gearbox fault diagnosis using RMS based probability density function and entropy measures for fluctuating speed conditions // Structural Health Monitoring. – 2016. – P. 1–14. – DOI: 10.1177/1475921716679802.
6. Multiple Failure Modes Reliability Modeling and Analysis in Crack Growth Life Based on JC Method / YuanTao Sun, Chao Liu, Qing Zhang, XianRong Qin // Mathematical Problems in Engineering. – 2017. – P. 1–5. – DOI: 10.1155/2017/2068620.
7. Прушак В. Я., Черноус Д. А., Волчек О. М. Влияние динамической нагруженности на долговечность зубчатой передачи трансмиссии тяжело нагруженных проходческих машин // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. – 2018. – Т. 63, № 2. – С. 192–200. DOI: 10.29235/1561-8358-2018-63-2-192-200.
8. Решетов Д. Н., Иванов А. С., Фадеев В. З. Надежность машин. – М. : Изд-во «Высшая школа», 1988. – 238 с.
9. Reliability Analysis of Shiplift Gear Based on System-level Load-Strength Interference Model / Wu Ying, Xie Li-Yang, Wang De-Cheng, Gao Ji-Zhang // Advanced Materials Research. – Vol. 118–120. – 2010. – P. 354–358. – DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMR.118-120.354.
10. Ognjanović Milosav, Milutinović Miroslav S. Design for Reliability Based Methodology for Automotive Gearbox Load Capacity Identification // Journal of Mechanical Engineering. – 2013. – Vol. 59 (5). – P. 311–322. – DOI: 10.5545/sv-jme.2012.769.
11. Руденко С. П., Валько А. Л. Особенности расчета зубчатых колёс трансмиссий на глубинную контактную выносливость // Вестник машиностроения. – 2015. – № 11. – С. 5–11. – ISSN 0042-4633.
12. Dynamic analysis of the drive train of a wind turbine based upon the measured load spectrum / Caichao Zhu, Shuang Chen, Hua iju Liu, Huaqing Huang, Guangfu Li, Fei Ma // Journal of Mechanical Science and Technology. – 2014. – Vol. 28 (6). – P. 2033–2040. – DOI: 10.1007/s12206-014-0403-0.
13. Syzrantsev V. N., Antonov M. D. An algorithm for determining the parameters of the distribution density function with the application of nonparametric statistics methods // 14th International Conference on MRDMS-2020, Ekaterinburg : AIP Conference Proceedings. – 2020. – P. 40–42. – DOI: 10.1063/5.0037016.
14. Сызранцев В. Н., Невелев Я. П., Голофаст С. Л. Расчет прочностной надежности изделий на основе методов непараметрической статистики. – Новосибирск : Наука, 2008. – 216 с.

15. Голофаст С. Л. Диагностика работоспособности передач Новикова датчиками деформаций интегрального типа: монография. – Новосибирск : Наука, 2004. – 163 с.
16. Influence of the Defect Size on the Tooth Root Load Carrying Capacity / Ch. Brecher, Ch. Löpenhaus, J. Brimmers, J. Henser // Gear Technology. – November/December 2017. – P. 92–100. – URL: <https://www.geartechnology.com/issues/1117x/defect-size.pdf>
17. Лебедев С. Ю. Анализ методик расчета глубинной контактной выносливости // Омский научный вестник. – 2022. – № 2 (182). – DOI: 10.25206/1813-225-2022-182.
18. Редукторы энергетических машин: справочник / под ред. Ю. Л. Державца. – Л. : Машиностроение, Ленингр. отд-ние, 1985. – 232 с.
19. Короткин В. И., Колосова Е. М., Онишков Н. П. Прогнозирование контактной выносливости упрочненных зубьев и нагрузочной способности эвольвентных зубчатых передач по критерию предельного состояния материала // Вестник машиностроения. – 2021. – № 12. – С. 35–37.
20. Al B., Patel R., Langlois P. Comparison of Tooth Interior Fatigue Fracture Load Capacity to Standardized Gear Failure Modes // Gear solutions. – 2017. – P. 47–57.
21. Study on Tooth Interior Fatigue Fracture Failure of Wind Turbine Gears / B. Houyi, Z. Caichao, Zh. Ye, Ch. Xiaojin, F. Houbin, Ye. Wei // Metals. – 2020, No. 1. – P. 1497. (1–18). – DOI: 10.3390/met10111497.
22. Лебедев С. Ю., Сызранцев В. Н. Вероятность безотказной работы зубчатых цилиндрических передач: глубинная контактная выносливость // Вестник ЮУрГУ, серия «Машиностроение». – 2022. – № 2.
23. Сызранцева К. В. Расчет прочностной надежности деталей машин при случайном характере внешних нагрузок. – Тюмень: ТюмГНГУ, 2011. – 92 с.