

**Received:** 31.01.2026

**Revised:** 02.04.2026



**Accepted:** 24.04.2026



**DOI:** 10.17804/2410-9908.2026.2.073-086

## MODELING OF THE MECHANICAL BEHAVIOR OF NONPLANAR MULTI-AXIS FDM-PRINTED PARTS WITH LOCAL MATERIAL ANISOTROPY

N. V. Piatkovsky<sup>a, \*</sup> and M. A. Tashkinov<sup>b</sup>

*Perm National Research Polytechnic University,  
29 Komsomolskiy Ave., Perm, 614990, Russia*

<sup>a</sup>  <https://orcid.org/0009-0007-0059-9550>  [n.piatkovsky@pstu.ru](mailto:n.piatkovsky@pstu.ru);

<sup>b</sup>  <https://orcid.org/0000-0003-4660-0020>  [m.tashkinov@pstu.ru](mailto:m.tashkinov@pstu.ru)

\*Corresponding author. Email: [n.piatkovsky@pstu.ru](mailto:n.piatkovsky@pstu.ru)

Address for correspondence: Komsomolsky prospekt, 29, Perm, 614990, Russia  
Tel.: +7 (342) 219-8791

The paper presents an approach to finite element modeling of parts manufactured by non-planar multi-axis FDM printing, taking into account the local spatial anisotropy of the material. A software algorithm is developed for the parametric generation of print paths for thin-walled hollow tubes without preliminary slicing. The main contribution of the study lies in the comparative modeling of two layer deposition strategies, namely planar and non-planar, using geometrically oriented local coordinate systems reflecting the expected orientation of orthotropic properties in the walls of a curved tube. The methodology is validated using the example of thin-walled hollow square-section tubes made of ABS plastic. The numerical analysis of the stress-strain state under static three-point bending shows that non-planar deposition, in which non-parallel layers follow the geometry of the part, provides a more uniform stress distribution and reduces local stress concentrations induced by unfavorable layer orientation, but is at the same time more susceptible to delamination.

**Keywords:** additive manufacturing, multi-axis printing, non-planar printing, FDM printing (fused deposition modeling), finite element method (FEM), three-point bending

### Acknowledgment

*The study was performed at Perm National Research Polytechnic University and supported by the Russian Science Foundation (project No. 22-79-10350-II).*

### References

1. Gleadall, A. FullControl GCode Designer: open-source software for unconstrained design in additive manufacturing. *Additive Manufacturing*, 2021, 46, 102109. DOI: 10.1016/j.addma.2021.102109.
2. Wang, M., Zhang, H., Hu, Q., Liu, D., and Lammer, H. Research and implementation of a non-supporting 3D printing method based on 5-axis dynamic slice algorithm. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2019, 57, 496–505. DOI: 10.1016/j.rcim.2019.01.007.
3. Fortunato, G.M., Nicoletta, M., Batoni, E., Vozzi, G., and De Maria, C. A fully automatic non-planar slicing algorithm for the additive manufacturing of complex geometries. *Additive Manufacturing*, 2023, 69, 103541. DOI: 10.1016/j.addma.2023.103541.
4. Lettori, J., Raffaelli, R., Bilancia, P., Peruzzini, M., and Pellicciari, M. A review of geometry representation and processing methods for cartesian and multiaxial robot-based additive

- manufacturing. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2022, 123, 3767–3794. DOI: 10.1007/s00170-022-10432-8.
5. Gajdoš, I., Sobaszek, Ł., Štefčák, P., Varga, J., and Slota, J. A novel parametrical approach to the ribbed element slicing process in robotic additive manufacturing. *Polymers (Basel)*, 2025, 17 (14), 1965. DOI: 10.3390/polym17141965.
  6. Morita, T., Watanabe, S., and Sasaki, S. Multi-axis printing method for bent tubular structured gels in support bath for achieving high dimension and shape accuracy. *Precision Engineering*, 2023, 79, 109–118. DOI: 10.1016/j.precisioneng.2022.09.004.
  7. Murtezaoglu, Y., Plakhotnik, D., Stautner, M., Vaneker, T., and Van Houten, F.J.A.M. Geometry-based process planning for multi-axis support-free additive manufacturing. *Procedia CIRP*, 2018, 78, 73–78. DOI: 10.1016/j.procir.2018.08.175.
  8. E-project-042717-111547, Worcester Polytechnic Institute, 2017, 80 p.
  9. Geuy, M., Martin, J., Simpson, T., and Meisel, N. Path planning for non-planar robotic additive manufacturing. In: *Solid Freeform Fabrication 2023: Proceedings of the 34th Annual International Solid Freeform Fabrication Symposium – An Additive Manufacturing Conference*, 2023, 865–880.
  10. Nayeri, P., Zareinia, K., and Bougherara, H. Planar and nonplanar slicing algorithms for fused deposition modeling technology: a critical review. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2022, 119, 2785–2810. DOI: 10.1007/s00170-021-08347-x.
  11. Wüthrich, M., Gubser, M., Elspass, W.J., and Jaeger, C. A novel slicing strategy to print overhangs without support material. *Applied Sciences*, 2021, 11 (18), 8760. DOI: 10.3390/app11188760.
  12. Li, X., Liu, W., Hu, Z., He, C., Ding, J., Chen, W., Wang, S., and Dong, W. Supportless 3D-printing of non-planar thin-walled structures with the multi-axis screw-extrusion additive manufacturing system. *Materials & Design*, 2024, 240, 112860. DOI: 10.1016/j.matdes.2024.112860.
  13. Zhang, H., Lei, X., Hu, Q., Wu, S., Aburaia, M., Gonzalez-Gutierrez, J., and Lammer, H. Hybrid printing method of polymer and continuous fiber-reinforced thermoplastic composites (CFRT PCs) for pipes through double-nozzle five-axis printer. *Polymers*, 2022, 14 (4), 819. DOI: [10.3390/polym14040819](https://doi.org/10.3390/polym14040819).
  14. Chen, L., Chung, M.-F., Tian, Y., Joneja, A., and Tang, K. Variable-depth curved layer fused deposition modeling of thin-shells. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2019, 57, 422–434. DOI: 10.1016/j.rcim.2018.12.016.
  15. Yao, Y., Zhang, Y., Aburaia, M., and Lackner, M. 3D printing of objects with continuous spatial paths by a multi-axis robotic FFF platform. *Applied Sciences*, 2021, 11 (11), 4825. DOI: 10.3390/app11114825.
  16. Guidetti, X., Balta, E.C., Nagel, Y., Yin, H., Rupenyana, A., and Lygeros, J. Stress flow guided non-planar print trajectory optimization for additive manufacturing of anisotropic polymers. *Additive Manufacturing*, 2023, 72, 103628. DOI: 10.1016/j.addma.2023.103628.
  17. Pyatkovskiy, N.V. RF Software Registration Certificate No. 2025663622, 2025.
  18. Entner, E. *Mechanical Properties of Some FDM 3D-printed Infill Structures*: Master's Thesis, UiT The Arctic University of Norway, 2024, 96 p.

Подана в журнал: 31.01.2026



УДК 539.371



DOI: 10.17804/2410-9908.2026.2.073-086

## МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ИЗДЕЛИЙ, ИЗГОТОВЛЕННЫХ МЕТОДОМ НЕПЛАНАРНОЙ МНОГООСЕВОЙ FDM-ПЕЧАТИ, С УЧЕТОМ ЛОКАЛЬНОЙ АНИЗОТРОПИИ МАТЕРИАЛА

Н. В. Пятковский<sup>а</sup> \*, М. А. Ташкинов<sup>б</sup>

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Пермский национальный исследовательский политехнический университет»,  
Комсомольский проспект, д. 29, Пермь, 614990, Россия*

<sup>а</sup>  <https://orcid.org/0009-0007-0059-9550>  [n.piatkovsky@pstu.ru](mailto:n.piatkovsky@pstu.ru);

<sup>б</sup>  <https://orcid.org/0000-0003-4660-0020>  [m.tashkinov@pstu.ru](mailto:m.tashkinov@pstu.ru)

\*Ответственный автор. Электронная почта: [n.piatkovsky@pstu.ru](mailto:n.piatkovsky@pstu.ru)

Адрес для переписки: Комсомольский проспект, д. 29, г. Пермь, 614990, Россия

Тел.: +7 (342) 219-87-91

В статье представлен подход к конечно-элементному моделированию изделий, полученных методом многоосевой непланарной FDM-печати, с учетом локальной пространственной анизотропии материала. Разработан программный алгоритм для параметрической генерации траектории печати полых тонкостенных трубок без предварительного слайсинга. Основной вклад работы состоит в сравнительном моделировании двух схем укладки слоев (планарной и непланарной) с использованием геометрически ориентированных локальных систем координат, отражающих предполагаемую ориентацию ортотропных свойств в стенках изогнутой трубы. Методика протестирована на примере тонкостенных полых труб квадратного сечения, изготовленных с использованием ABS-пластика. Численный анализ напряженно-деформированного состояния при статическом трехточечном изгибе показывает, что непланарная укладка (формирование непараллельных друг другу слоев, повторяющих геометрию изделия) обеспечивает более равномерное распределение напряжений и снижает связанные с неблагоприятной ориентацией слоев локальные концентрации, но при этом более уязвима к расслоению.

**Ключевые слова:** аддитивное производство, многоосевая печать, непланарная печать, FDM-печать, метод конечных элементов, трехточечный изгиб

### 1. Введение

В настоящее время 3D-печать является одним из наиболее перспективных способов создания структур различной сложной геометрии [1–4]. Одной из популярных технологий трехмерной печати является метод послойного наплавления термопластичного полимера (fused deposition modeling, FDM), который завоевал широкое распространение в промышленности и научных исследованиях благодаря своей простоте, доступности и способности создавать изделия сложной геометрии. Однако традиционная трехосевая FDM-печать имеет существенные ограничения и недостатки: необходимость поддерживающих конструкций для нависающих участков (угол свыше 45°), анизотропия механических свойств вдоль вертикального направления печати, слабые межслойные адгезионные связи, ступенчатое искажение поверхности [2, 5–12].

Преодолеть данные недостатки традиционной печати можно при помощи многоосевой печати, которая использует больше трех степеней свободы при ориентации сопла экструдера. Одним из подходов к многоосевой печати является непланарная нарезка слоев, поз-

воляющая укладывать слои материала не в горизонтальных плоскостях, а вдоль криволинейных поверхностей, повторяющих форму изделия [2, 3, 6, 9, 12, 13]. То есть в процессе печати происходит изменение положения плоскости укладки филамента, в отличие от традиционного подхода, где все слои параллельны друг другу. Это обеспечивает исключение или минимизацию поддержек, лучшее заполнение внутренних полостей при печати разветвленных сетей каналов, более гладкую поверхность [11, 14], а также потенциально улучшенные механические свойства за счет переориентации анизотропии в соответствии с полями напряжений [12, 13, 15, 16].

Непланарная печать открывает возможность быстрее и дешевле изготавливать детали более сложной формы и с улучшенными характеристиками поверхности, однако для внедрения в массовое производство требуется прогнозирование механических свойств таких деталей, которое затрудняется тем, что при формировании криволинейных слоев локальная ориентация наплавленного материала непрерывно изменяется вдоль траектории, а значит, меняются и локальные направления свойств материала. Для корректного описания работы таких изделий требуется учитывать анизотропию, обусловленную направленностью укладки и пониженной адгезией между слоями. В отличие от стандартных подходов, основанных на предварительном STL-слайсинге, в настоящей работе траектория многоосевой непланарной печати формируется параметрически по заданной геометрии изделия. На этой основе реализована процедура переноса кинематики укладки в конечно-элементную модель через задание локальных осей ортотропного материала, изменяющихся вдоль траектории печати.

Цель работы – разработать подход для построения конечно-элементных моделей изделий, изготавливаемых многоосевой непланарной печатью, с учетом локальной пространственной анизотропии материала на примере тонкостенных трубок.

## 2. Постановка задачи и методы решения

Был разработан алгоритм [17], который позволяет генерировать многоосевой G-код для последующей печати тонкостенных изогнутых трубок произвольного сечения на 6-осевой роботизированной ячейке FDM-печати. Отличительной особенностью алгоритма является то, что он не генерирует G-код на основе STL-файла, а сразу строит траекторию движения экструдера на основе введенных параметров геометрии. В работе предлагается провести сравнительный анализ традиционного и непланарного способов трехмерной печати тонкостенных трубок, используя численные методы, для выявления особенностей влияния непланарного способа печати на механическую прочность и реакцию детали на статические нагрузки. В численном эксперименте образцы испытываются на трехточечный изгиб.

### 2.1. Геометрия образцов

Объектом исследования являются изогнутые вдоль дуги окружности полые тонкостенные трубки квадратного сечения, изготовленные методом FDM-печати из пластика ABS. Геометрические параметры образцов следующие:

- внешний размер квадратного сечения  $d = 20$  мм;
- толщина стенки  $h = 0,6$  мм (равна диаметру сопла экструдера);
- радиус изгиба скелетной кривой трубы  $R = 100$  мм;
- угол разворота трубы  $90^\circ$ ;
- расстояние между центрами опор при испытании на изгиб  $l = 85$  мм;
- радиусы опорных цилиндров и нагружающего пуансона  $R_1 = R_2 = R_3 = 10$  мм.

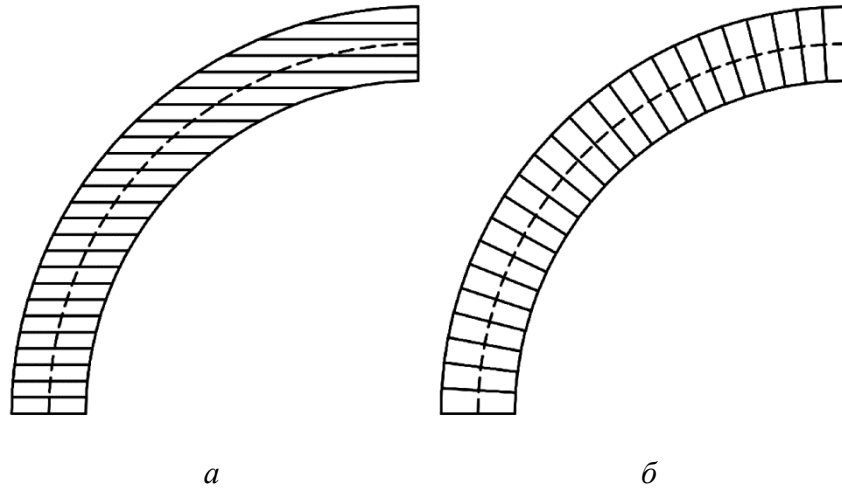


Рис. 1. Разница между традиционной (а) и непланарной (б) укладкой слоев

Образцы изготавливаются двумя различными способами:

1. Планарная печать (рис. 1 а): слои остаются в одной горизонтальной плоскости, но ориентация свойств внутри одного слоя меняется для каждой стенки в зависимости от направления ее печати. Плоскость слоев перпендикулярна оси  $Z$ , что приводит к четко выраженной ступенчатой структуре на боковых поверхностях трубы. Такой способ соответствует традиционной FDM-печати с тремя степенями свободы.

2. Непланарная печать (рис. 1 б): плоскость слоя непрерывно поворачивается так, что нормаль к плоскости слоя остается параллельной касательной к скелетной кривой. Это достигается благодаря многоосевому управлению экструдером, позволяющему менять ориентацию сопла по траектории. Каждый слой повторяет локальную геометрию поверхности трубы.

## 2.2. Модель ортотропного материала

Для описания механического поведения печатного полимера (ABS) в настоящей работе использована модель ортотропного линейно-упругого материала. Ортотропия обусловлена укладкой материала вдоль криволинейных траекторий и межслойной структурой.

В настоящей работе для обоих вариантов укладки использован один и тот же набор ортотропных линейно-упругих констант ABS, заимствованный из литературного источника [18]. Такое допущение принято для того, чтобы изолировать влияние пространственной ориентации материала и геометрии укладки на напряженно-деформированное состояние образца. Следует отметить, что непланарная многоосевая печать потенциально может изменять условия формирования межслойного контакта и, как следствие, эффективные механические характеристики материала; данный эффект в настоящей работе не идентифицировался экспериментально и требует отдельного исследования.

В локальной материальной системе координат  $\{1, 2, 3\}$ , где направление 1 совпадает с направлением укладки дорожки (продольное), 3 – с нормалью внутри слоя (поперечное в слое), 2 – с нормалью к слою (межслойное). Линейная упругость ортотропного материала определяется с помощью трех модулей:  $E_1, E_2, E_3$ ; коэффициентов Пуассона  $\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$ ; модулей сдвига  $G_{12}, G_{13}, G_{23}$ . Эти модули определяют упругую податливость в соответствии с соотношением

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}E_2 & -\nu_{31}E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}E_1 & 1/E_2 & -\nu_{32}E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}E_1 & -\nu_{23}E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{Bmatrix}.$$

Инженерные константы для пластика ABS взяты на основе экспериментальных данных [18] и представлены в таблице.

Таблица

Инженерные константы для пластика ABS

Параметр	Значение	Единица
$E_1$	1653	МПа
$E_2$	1391,7	МПа
$E_3$	1072,9	МПа
$\nu_{12}$	0,4391	–
$\nu_{13}$	0,3209	–
$\nu_{23}$	0,2707	–
$G_{12}$	0,553	ГПа
$G_{13}$	0,397	ГПа
$G_{23}$	0,541	ГПа

### 2.3. Численное моделирование трехточечного изгиба методом конечных элементов (МКЭ)

Постановка задачи механики базируется на гипотезе малых деформаций и линейной упругости. Граничные условия реализуют схему испытания на трехточечный изгиб (рис. 2). Два нижних опорных цилиндра  $R_1$  и  $R_2$  (диаметр 10 мм, расстояние 85 мм) жестко закреплены в пространстве. Нагрузка задается кинематически в виде перемещения пуансона  $R_3$  (диаметр 10 мм) вертикально вниз на  $\delta = 3$  мм. Контакт между трубой и опорами моделируется как скользящий с коэффициентом трения  $\mu = 0,15$ . Конечно-элементная сетка образца строится на основе объемных элементов C3D8R (8-узловые кубические элементы Лагранжа с редуцированным интегрированием) в программном комплексе Abaqus.

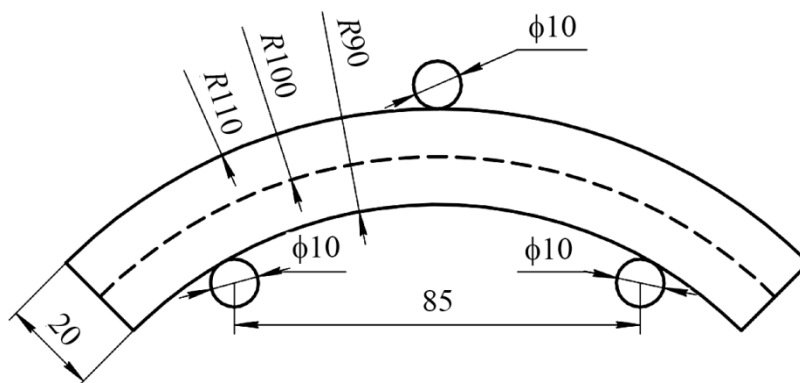


Рис. 2. Схема испытаний на трехточечный изгиб. Две нижние опоры (радиусы  $R_1, R_2$ ) расположены на расстоянии друг от друга  $l = 85$  мм, верхний пуансон (радиус  $R_3$ ) движется

вниз с перемещением  $\delta = 3$  мм. Геометрия трубки: квадратное сечение  $d = 20$  мм, толщина стенки  $h = 0,6$  мм, радиус изгиба оси  $R = 100$  мм

Ключевым элементом модели является задание локальной ортотропии материала, отражающей предполагаемую схему укладки слоев при печати. В настоящей работе локальные оси материала задавались не по дискретной траектории движения экструдера, а геометрически – на основе формы образца и принятой схемы укладки для каждой из сравниваемых технологий печати. Такой подход позволял сопоставить различным стенкам трубы разные направления ортотропных свойств и выполнить сравнительный анализ планарной и непланарной стратегий изготовления в единой конечно-элементной постановке.

Для планарно-напечатанного образца локальная система координат материала в каждом элементе определяется только углом поворота вокруг оси 2 (нормаль к плоскости слоя), который отражает ориентацию дорожек материала на каждой из четырех стенок. Эти углы задаются в Abaqus через параметры ориентации для каждого набора элементов на соответствующей стенке (рис. 3 а). Использовались четыре повернутые локальные системы координат, не связанные с цилиндрической геометрией образца, что соответствовало предположению о планарной укладке слоев и фиксированном направлении свойств в пределах каждой стенки. Ориентация материала назначалась в Abaqus для соответствующих наборов элементов.

Для непланарно напечатанного образца локальная система координат материала в каждом элементе следует геометрии криволинейных слоев: направление 1 (продольное) совпадает с направлением печати дорожки внутри слоя, направление 3 (межслойное) ориентировано нормально к плоскости слоя. Для планарно напечатанного образца локальные оси ортотропного материала задавались отдельно для каждой из четырех стенок трубы с использованием фиксированных локальных систем координат, отражающих направление укладки материала в пределах соответствующей стенки. Для непланарно напечатанного образца локальные ориентации материала задавались по стенкам с использованием цилиндрической системы координат, ось которой совпадала с осью кривизны трубы. Такой способ позволял аппроксимировать пространственное изменение направлений ортотропных свойств вдоль криволинейной геометрии непланарно сформированных слоев (рис. 3 б).

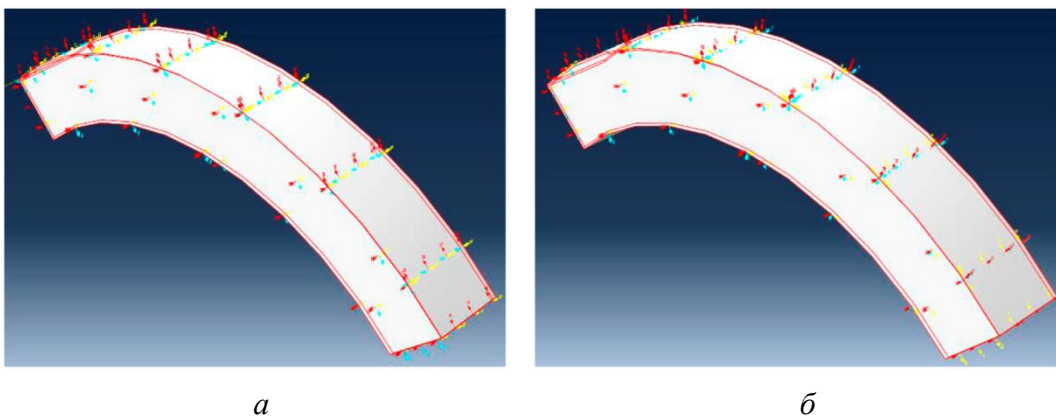


Рис. 3. Ориентация слоев у модели с планарной (а) и непланарной (б) укладкой слоев

Принятая схема задания локальных осей позволила сравнить два предельных варианта ориентации ортотропных свойств: кусочно-заданное поле ориентаций для планарной печати и геометрически следующее кривизне поле ориентаций для непланарной печати. Такое сопоставление даст возможность оценить влияние пространственной переориентации материала на напряженно-деформированное состояние конструкции при одинаковых геометрии, граничных условиях и наборе упругих констант.

Следует отметить, что в данной работе локальные ориентации материала задавали исходя из геометрии модели и предполагаемой схемы укладки, а не восстанавливали непосредственно по траектории движения экструдера и ориентации сопла в каждой точке печати. Поэтому предложенная модель представляет собой геометрически обоснованное приближение, предназначенное прежде всего для сравнительного анализа влияния планарной и непланарной ориентации слоев на механический отклик образца.

### 3. Результаты и обсуждение

На рис. 4 представлены поля распределения эквивалентных напряжений по Мизесу для образцов с различными стратегиями укладки слоев при трехточечном изгибе.

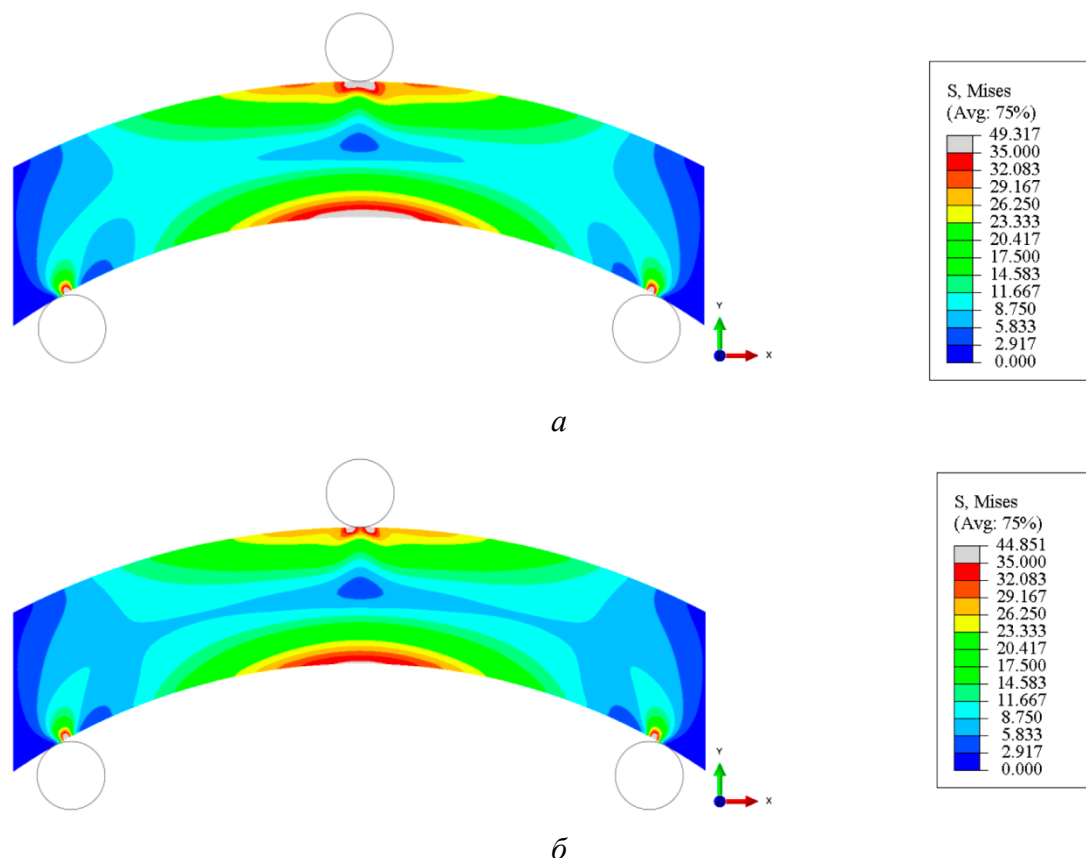


Рис. 4. Поля эквивалентных по Мизесу напряжений для модели с планарной (а) и непланарной (б) укладкой слоев

Образец с планарной укладкой (рис. 4 а) демонстрирует максимальное эквивалентное напряжение 49,317 МПа, локализованное в верхней центральной зоне под точкой приложения нагрузки, где наблюдается концентрация напряжений. Характерной особенностью является формирование вытянутой зоны повышенных напряжений вдоль нижней части образца с максимальными значениями в центральном сечении, что соответствует классическому характеру растягивающих напряжений при изгибе. В зонах опор отчетливо видны области концентрации напряжений. Образец с непланарной укладкой слоев (рис. 4 б) показывает снижение максимального эквивалентного напряжения до 44,851 МПа, что составляет уменьшение на 9,1 % по сравнению с планарным случаем. Наиболее значимым отличием является существенное расширение зоны средних напряжений и более плавное распределение градиентов напряжений по боковой стенке образца. Красная зона высоких напряжений имеет меньшую площадь и менее интенсивную окраску, что свидетельствует о рассредоточении

нагрузки по большому объему материала. Распределение напряжений в непланарном образце характеризуется улучшенной симметрией и отсутствием резких переходов между зонами различных уровней напряженности.

На рис. 5 представлены поля межслойных нормальных напряжений  $\sigma_{22}$  в локальной системе координат материала для образцов с различными стратегиями укладки слоев при трехточечном изгибе.

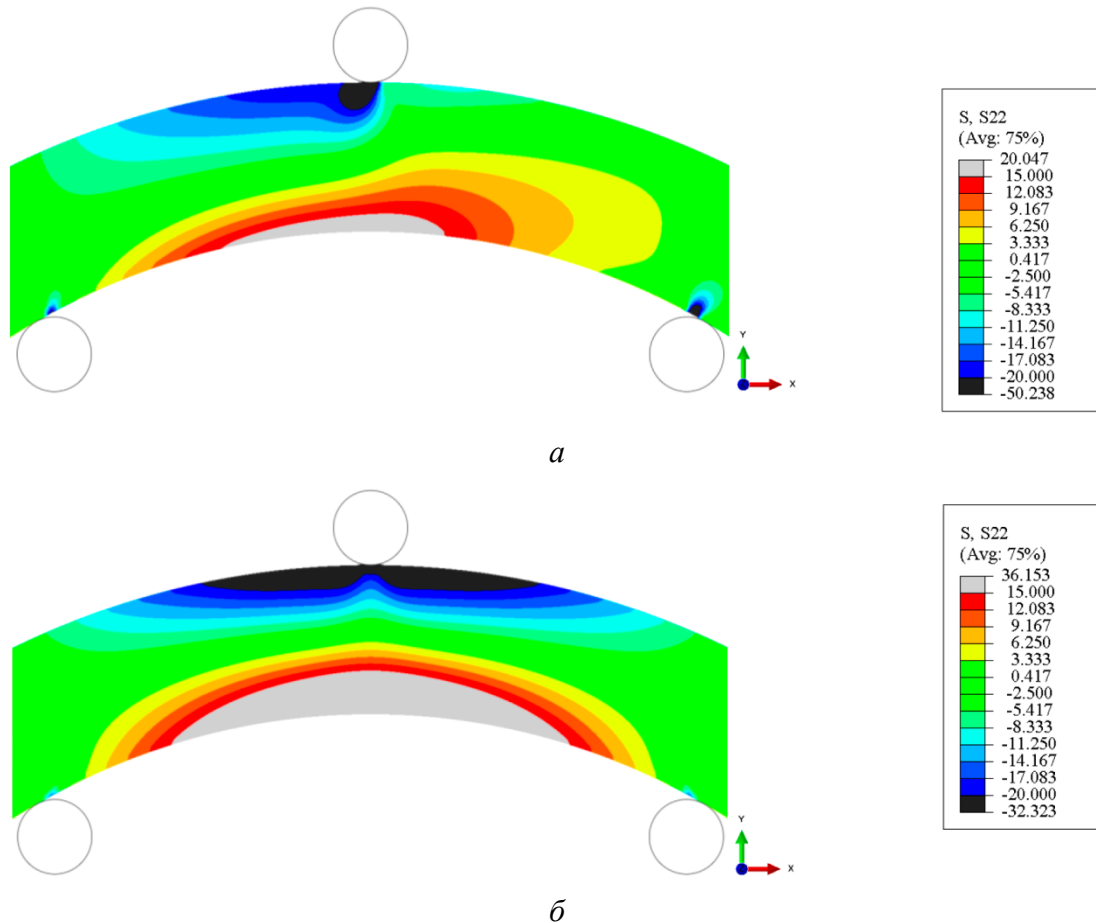


Рис. 5. Поля межслойных нормальных напряжений  $\sigma_{22}$  в локальной системе координат для модели с планарной (а) и непланарной (б) укладкой слоев

Образец с планарной укладкой слоев (рис. 5 а) демонстрирует локализованную зону высоких сжимающих напряжений в верхней центральной части, достигающую  $-50,238$  МПа непосредственно под точкой приложения нагрузки. Распределение напряжений по толщине образца характеризуется четкой градацией: верхняя зона испытывает сжатие, центральная область находится в относительно нейтральном состоянии, а нижняя зона подвергается растяжению с максимальными значениями  $20,047$  МПа. Локальные концентрации напряжений с характерными резкими градиентами на коротких расстояниях наблюдаются в зонах опор. В контрасте образец с непланарной укладкой слоев (рис. 5 б) показывает значительно расширенную по площади зону высоких сжимающих напряжений в верхней части. Максимальные сжимающие напряжения составляют  $-32,323$  МПа, что на  $35,6$  % ниже, чем в планарном случае. Характерной особенностью является более плавное и регулярное распределение напряжений с улучшенной симметрией относительно центральной оси образца. Переходы между зонами различных уровней напряжений демонстрируют отсутствие резких градиентов, что указывает на лучшее вовлечение объема материала в восприятие нагрузки.

На рис. 6 представлены поля  $\tau_{12}$  для образцов с различными стратегиями укладки слоев при трехточечном изгибе.

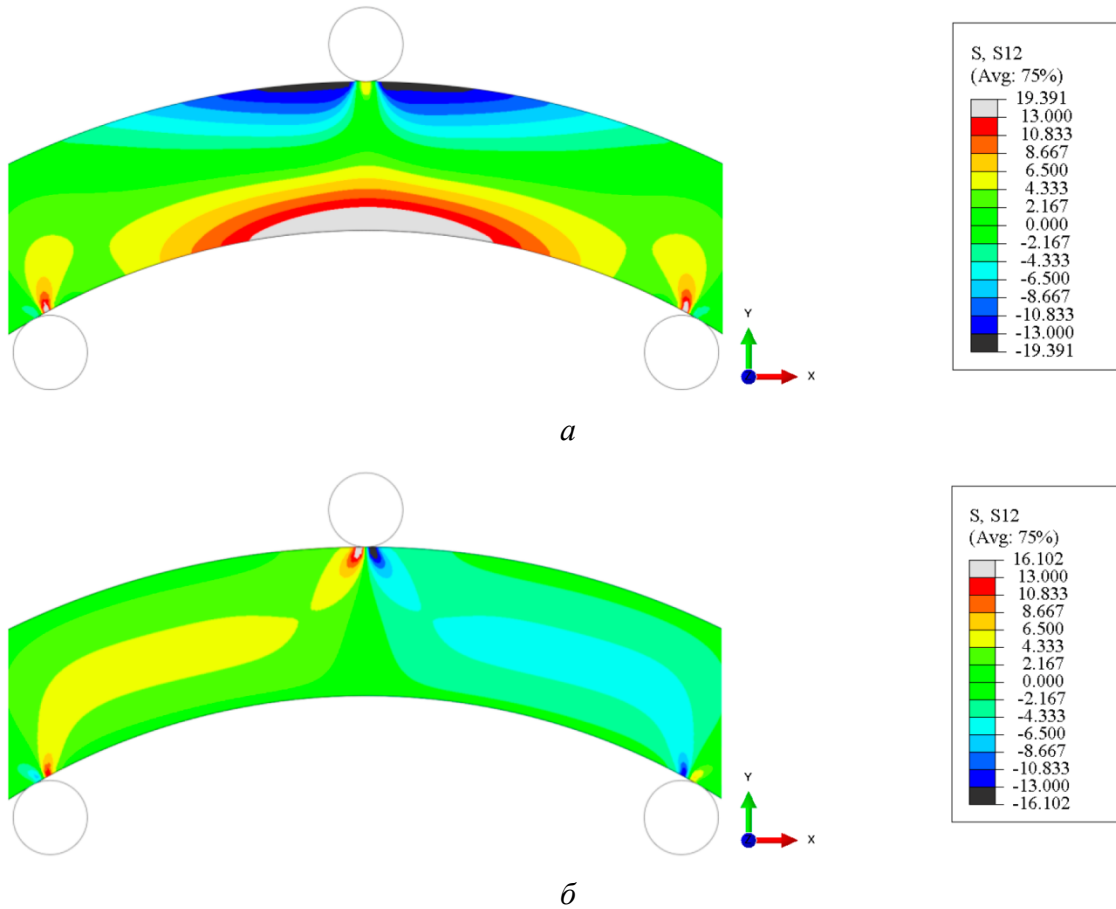


Рис. 6. Поля напряжений  $\tau_{12}$  для модели с планарной (а) и непланарной (б) укладкой слоев

Для планарной укладки наблюдаются более высокие по модулю значения  $\tau_{12}$  и более протяженная зона повышенных касательных напряжений в центральной части образца. В случае непланарной укладки максимальные по модулю значения  $\tau_{12}$  снижаются с 19,391 до 16,102 МПа, а области повышенного сдвига становятся более локализованными вблизи зон контакта с пуансоном и опорами. Это указывает на снижение общего уровня межслойного сдвига в объеме конструкции при непланарной укладке, хотя локальные концентрации вблизи пуансона и опор сохраняются. Таким образом, оценка потенциальной деламинации должна учитывать как межслойные нормальные напряжения  $\sigma_{22}$ , так и касательные напряжения  $\tau_{12}$ : непланарная укладка демонстрирует менее благоприятную картину по  $\sigma_{22}$ , но более благоприятную по  $\tau_{12}$ , что не позволяет сводить вывод о склонности к расслоению только к одной компоненте напряженного состояния.

На рис. 7 представлены поля вертикальных перемещений  $u_2$ . На рис. 8 представлены кривые «сила – перемещение», построенные по реакции нагружающего пуансона, для двух стратегий укладки слоев.

Из рис. 7 видно, что поля вертикальных перемещений для двух способов укладки практически не отличаются, а величина прогиба в области наименьшего радиуса одна и та же. Для количественной оценки глобальной жесткости образцов были построены зависимости реакционной силы нагружающего пуансона от его перемещения для планарной и непланарной укладки слоев (рис. 8). Полученные кривые имеют близкий к линейному характер во всем исследованном диапазоне перемещений, что соответствует принятой в работе линейно-упругой постановке задачи. При этом кривая для планарной укладки проходит несколько

выше кривой для непланарной, то есть при одинаковом перемещении пуансона планарный образец воспринимает несколько большую нагрузку. Это указывает на близкие, но не полностью совпадающие значения глобальной изгибной жесткости: непланарная укладка приводит к ее небольшому снижению по сравнению с планарной.

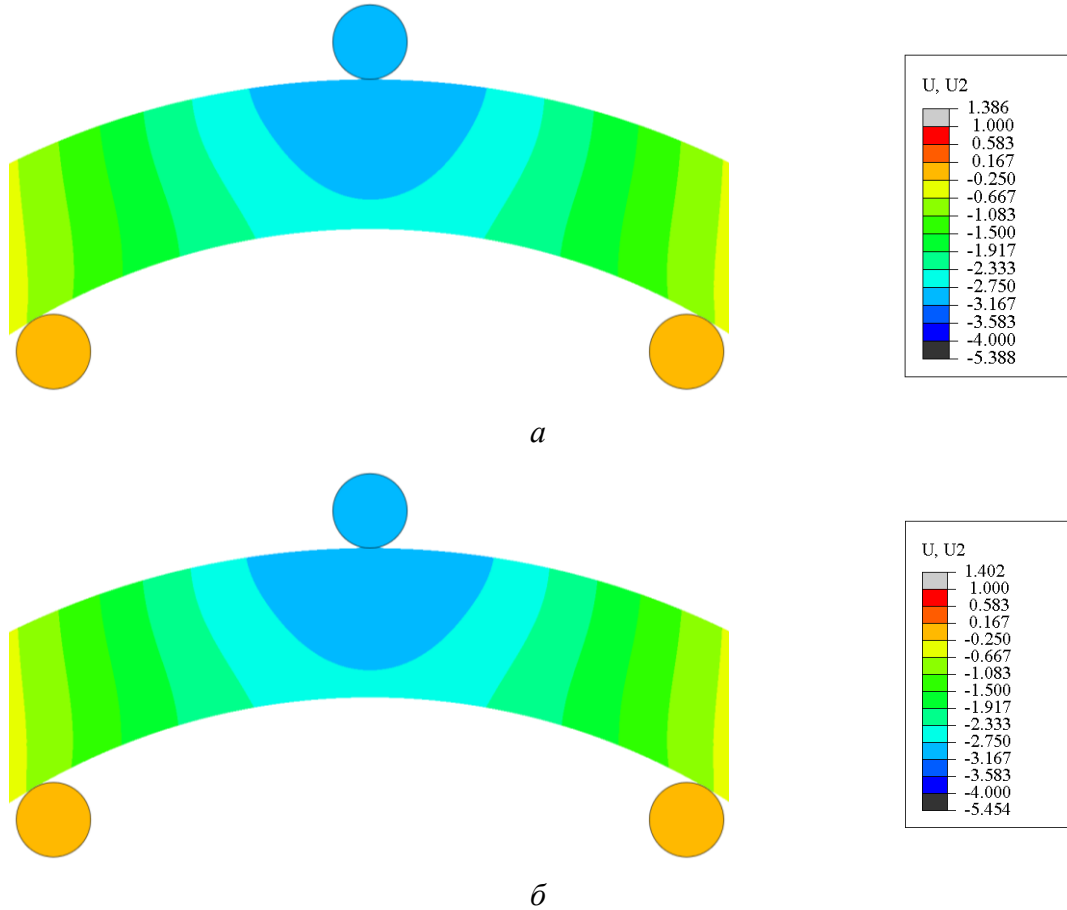


Рис. 7. Поля  $u_2$  для модели с планарной (а) и непланарной (б) укладкой слоев

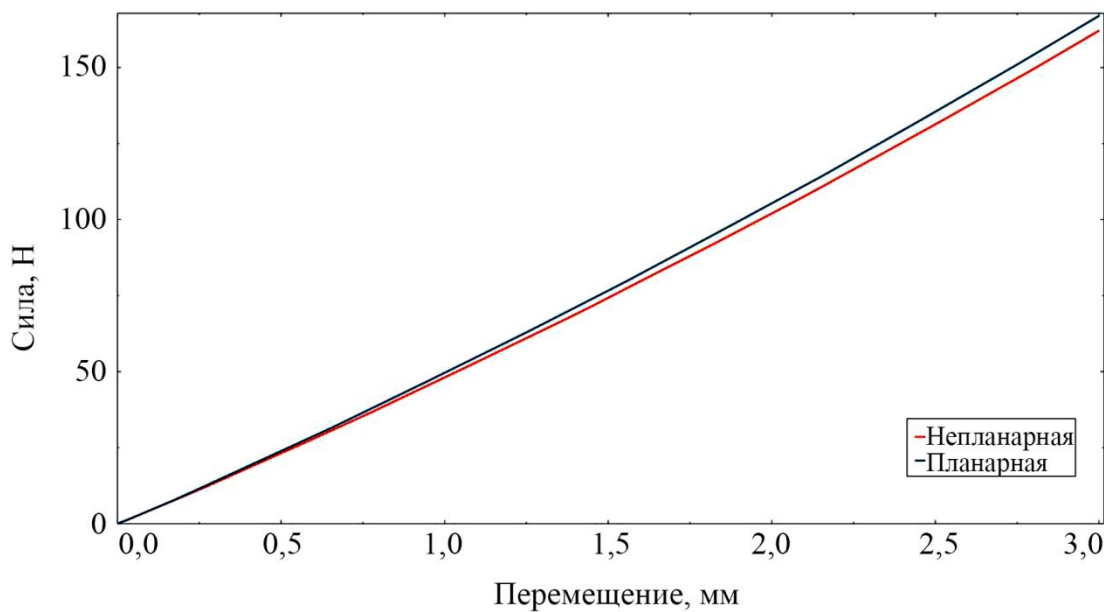


Рис. 8. Зависимости реакционной силы нагружающего пуансона от его перемещения для планарной и непланарной укладки слоев

Анализ полей эквивалентных напряжений по Мизесу подтверждает превосходство непланарной стратегии укладки слоев с точки зрения оптимизации напряженного состояния конструкции. Снижение максимальных эквивалентных напряжений на 9,1 % в сочетании с ранее выявленным уменьшением пиковых межслойных нормальных напряжений на 35,6 % указывает на комплексное улучшение распределения всех компонент тензора напряжений. Критерий фон Мизеса, учитывающий вклад всех компонент напряженного состояния, демонстрирует более равномерное вовлечение материала в работу при непланарной укладке, что непосредственно транслируется в повышение запаса прочности относительно предела текучести материала. Расширение зон средних напряжений и сокращение областей критических значений в непланарном образце свидетельствует о более эффективном использовании несущей способности всего объема конструкции, а не о концентрации деформационной энергии в отдельных критических сечениях, характерной для планарной укладки.

Оба образца демонстрируют значительные растягивающие межслойные нормальные напряжения в нижней части конструкции, что может указывать на потенциально неблагоприятное состояние на межслойных границах. Для аддитивно изготовленных полимерных материалов растягивающие межслойные нормальные напряжения критичны, так как межслойная адгезия в направлении, перпендикулярном слоям, существенно ниже, чем прочность внутри плоскости слоя. Растягивающие межслойные нормальные напряжения  $\sigma_{22}$  в нижней области могут инициировать микротрещины на межслойных границах, где адгезия слоев особенно слаба. Такие микротрещины имеют тенденцию к быстрому распространению, что приводит к расслоению. При многократном нагружении эти напряжения могут вызвать усталостное разрушение по межслойным границам, приводя к постепенному снижению жесткости и в конечном итоге к внезапной потере несущей способности. Кроме того, локальные растягивающие напряжения на межслойных границах способствуют развитию микропор и дефектов, уже присутствующих в аддитивно изготовленном материале из-за неполного заполнения при печати, что ускоряет процесс разрушения.

Оптимизация стратегий укладки может быть выполнена разными способами. В первую очередь можно разделить весь объем трубы на несколько участков и выполнить гибридную укладку слоев. То есть нормаль к плоскости отдельного слоя необязательно должна совпадать с касательной к скелетной кривой. Основная цель такого подхода – снизить значения компоненты напряжений  $\sigma_{22}$  в центральной части трубы. Другим способом снизить напряжения в центральной области может стать укладка дополнительных слоев в растянутой части трубы поперек уложенных слоев. В отличие от традиционной 3D-печати, непланарная печать позволяет укладывать непрерывные линии по криволинейным поверхностям поверх напечатанной части модели.

#### 4. Заключение

Разработан подход для конечно-элементного моделирования тонкостенных изделий, изготовленных методом многоосевой непланарной FDM-печати, с явным учетом локальной пространственной анизотропии детали. Предложена конечно-элементная модель тонкостенных трубчатых изделий, изготовленных планарной и непланарной FDM-печатью, в которой локальная ортотропия материала задается с использованием геометрически ориентированных систем координат, отражающих предполагаемую схему укладки слоев.

Сравнительный анализ напряженно-деформированного состояния тонкостенных трубок квадратного сечения из ABS-пластика при трехточечном изгибе выявил существенные различия в механическом отклике образцов, изготовленных традиционной планарной и непланарной стратегиями укладки. Проиллюстрировано качественное изменение характера

распределения напряжений. Установлено, что непланарная укладка формирует расширенные зоны средних напряжений с плавными градиентами, что свидетельствует о более эффективном вовлечении объема материала в восприятие нагрузки и устранении локальных концентраций, типичных для планарной печати с неблагоприятной ориентацией слоев относительно траекторий главных напряжений.

Анализ глобальных зависимостей «сила – перемещение» показал, что изгибная жесткость образцов с планарной и непланарной укладкой является близкой, однако для непланарного варианта наблюдается ее небольшое снижение по сравнению с планарной укладкой.

Оба метода печати уязвимы к расслоению, которое может быть вызвано растягивающими напряжениями  $\sigma_{22}$  вдоль межслойных границ. Непланарная печать потенциально более восприимчива к деламации, что требует экспериментальной валидации.

### Благодарность

*Исследование выполнено в Пермском национальном исследовательском политехническом университете при поддержке Российского научного фонда (проект № 22-79-10350-П).*

### Литература

1. Gleadall A. FullControl GCode Designer: open-source software for unconstrained design in additive manufacturing // Additive Manufacturing. – 2021. – Vol. 46. – P. 102109. – DOI: 10.1016/j.addma.2021.102109.
2. Research and implementation of a non-supporting 3D printing method based on 5-axis dynamic slice algorithm / M. Wang, H. Zhang, Q. Hu, D. Liu, H. Lammer // Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. – 2019. – Vol. 57. – P. 496–505. – DOI: 10.1016/j.rcim.2019.01.007.
3. A fully automatic non-planar slicing algorithm for the additive manufacturing of complex geometries / G. M. Fortunato, M. Nicoletta, E. Batoni, G. Vozzi, C. De Maria // Additive Manufacturing. – 2023. – Vol. 69. – P. 103541. – DOI: 10.1016/j.addma.2023.103541.
4. A review of geometry representation and processing methods for cartesian and multiaxial robot-based additive manufacturing / J. Lettori, R. Raffaelli, P. Bilancia, M. Peruzzini, M. Pellicciari // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 2022. – Vol. 123 (11–12). – P. 3767–3794. – DOI: 10.1007/s00170-022-10432-8.
5. A novel parametrical approach to the ribbed element slicing process in robotic additive manufacturing / I. Gajdoš, Ł. Sobaszek, P. Štefčák, J. Varga, J. Slota // Polymers (Basel). – 2025. – Vol. 17 (14). – P. 1965. – DOI: 10.3390/polym17141965.
6. Morita T., Watanabe S., Sasaki S. Multiaxis printing method for bent tubular structured gels in support bath for achieving high dimension and shape accuracy // Precision Engineering. – 2023. – Vol. 79. – P. 109–118. – DOI: 10.1016/j.precisioneng.2022.09.004.
7. Geometry-based process planning for multi-axis support-free additive manufacturing / Y. Murtezaoglu, D. Plakhotnik, M. Stautner, T. Vaneker, F. J. A. M. van Houten // Procedia CIRP. – 2018. – Vol. 78. – P. 73–78. DOI: 10.1016/j.procir.2018.08.175.
8. E-project-042717-111547. – Worcester Polytechnic Institute, 2017. – 80 p.
9. Path planning for non-planar robotic additive manufacturing / M. Geuy, J. Martin, T. Simpson, N. Meisel // Solid Freeform Fabrication 2023 : Proceedings of the 34th Annual International Solid Freeform Fabrication Symposium – An Additive Manufacturing Conference. – 2023. – P. 865–880.
10. Nayyeri P., Zareinia K., Bougherara H. Planar and nonplanar slicing algorithms for fused deposition modeling technology: a critical review // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 2022. – Vol. 119. – P. 2785–2810. – DOI: 10.1007/s00170-021-08347-x.

11. A novel slicing strategy to print overhangs without support material / M. Wüthrich, M. Gubser, W. J. Elspass, C. Jaeger // Applied Sciences. – 2021. – Vol. 11 (18). – P. 8760. – DOI: 10.3390/app11188760.
12. Supportless 3D-printing of non-planar thin-walled structures with the multi-axis screw-extrusion additive manufacturing system / X. Li, W. Liu, Z. Hu, C. He, J. Ding, W. Chen, S. Wang, W. Dong // Materials & Design. – 2024. – Vol. 240. – P. 112860. – DOI: 10.1016/j.matdes.2024.112860.
13. Hybrid printing method of polymer and continuous fiber-reinforced thermoplastic composites (CFRTPCs) for pipes through double-nozzle five-axis printer / H. Zhang, X. Lei, Q. Hu, S. Wu, M. Aburaia, J. Gonzalez-Gutierrez, H. Lammer // Polymers. – 2022. – Vol. 14 (4). – P. 819. – DOI: 10.3390/polym14040819.
14. Variable-depth curved layer fused deposition modeling of thin-shells / L. Chen, M.-F. Chung, Y. Tian, A. Joneja, K. Tang // Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. – 2019. – Vol. 57. – P. 422–434. – DOI: 10.1016/j.rcim.2018.12.016.
15. 3D printing of objects with continuous spatial paths by a multi-axis robotic FFF platform / Y. Yao, Y. Zhang, M. Aburaia, M. Lackner // Applied Sciences. – 2021. – Vol. 11 (11). – P. 4825. – DOI: 10.3390/app11114825.
16. Stress flow guided non-planar print trajectory optimization for additive manufacturing of anisotropic polymers / X. Guidetti, E. C. Balta, Y. Nagel, H. Yin, A. Rupenyan, J. Lygeros // Additive Manufacturing. – 2023. – Vol. 72. – P. 103628. – DOI: 10.1016/j.addma.2023.103628.
17. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2025664392 Рос. Федерация. Программный продукт для генерации 4-х осевого G-кода для печати полых труб круглого сечения : № 2025663622 : регистрация 04.06.2025 : опубл. 04.06.2025 / Пятковский Н. В.
18. Entner E. Mechanical Properties of Some FDM 3D-printed Infill Structures : Master's Thesis. – UiT The Arctic University of Norway, 2024. – 96 p.