

**Received:** 30.06.2023

**Revised:** 14.08.2023



**Accepted:** 25.08.2023

**DOI:** 10.17804/2410-9908.2023.4.060-072

## ESTIMATING COMPLEX DIELECTRIC PERMITTIVITY OF MATERIALS BY THE FREQUENCY DEPENDENCES OF REFLECTION AND TRANSMISSION COEFFICIENT MAGNITUDES IN THE MICROWAVE RANGE

D. V. Perov

*M. N. Mikheev Institute of Metal Physics, Ural Branch of the Russian Academy of Sciences,  
18 S. Kovalevskoy St., Ekaterinburg, 620108, Russia*

 <https://orcid.org/0000-0002-3785-4881>  peroff@uran.ru

E-mail: peroff@uran.ru

Address for correspondence: ul. S. Kovalevskoy, 18, Ekaterinburg, 620108, Russia

Tel.: +7 (343) 378-3697

Electromagnetic waves of the microwave range are an effective tool for solving problems of non-destructive testing and diagnostics as applied to dielectric, semiconductor, and composite materials, ferrite products. An algorithm is suggested for estimating the complex permittivity of non-magnetic materials by the frequency dependences of reflection and transmission coefficient magnitudes during the interaction of electromagnetic waves in the microwave range with a sample in the form of a plate located in the cross section of a closed rectangular waveguide. Statistical analysis methods are applied to evaluating the errors arising during the application of this algorithm due to imperfect matching of the waveguide measurement path with the receivers and generator of the scalar circuit analyzer. It is shown that the proposed algorithm using the results of measuring reflection and transmission coefficients in a wide frequency range can significantly reduce the influence of frequency-dependent measurement errors on the accuracy of complex permittivity estimation. An additional advantage of the algorithm is that its implementation does not require vector network analyzers, which are very expensive.

**Keywords:** radiowave non-destructive testing methods, microwave measurements, super high frequencies, scalar circuit analyzer, reflection and transmission coefficients, complex dielectric permittivity

### Acknowledgment

*The results were obtained within the state assignment from the Ministry of Science and Higher Education of Russia, themes No. 122021000036-3 “Spin” and No. 122021000035-6 “Function”.*

### References

1. Mazor, Yu.L., Machusskii, E.A., and Pravda, V.I., eds. *Radiotekhnika: Entsiklopediya* [Radio Engineering: Encyclopedia]. Dodeka–XXI Publ., Moscow, 2002. 994 p. (In Russian).
2. Klyuev, V.V. and Zusman, G., eds. *Nondestructive Testing and Diagnostics: Handbook*, RSNTTD Publ., Moscow; Metrix Instrument Co., Houston, 2004, 656 p.
3. Chen, L.F., Ong, C.K., Neo, C.P., Vardan, V.V., and Vardan, V.K. *Microwave Electronics: Measurements and Material Characterization*, John Wiley & Sons Ltd, Chichester 2004, 537 p.
4. Nikolsky, V.V. and Nikolskaya, T.I. *Elektrodinamika i Rasprostranenie Radiovoln* [Electrodynamics and Propagation of Radio Waves]. Nauka Publ., Moscow, 1989, 544 p. (In Russian).

5. Semenov, N.A. *Tekhnicheskaya Elektrodinamika* [Technical Electrodynamics]. Svyaz Publ., Moscow, 1973, 480 p. (In Russian).
6. Brekhovskikh, L.M. *Waves in Layered Media*, Academic Press, New York, 1980, 503 p.
7. R2-65 panoramic VSWR meter: user manual, Vilnius, 1986, 116 p. (In Russian).
8. R2-67 panoramic VSWR meter: user manual, Vilnius, 1986, 124 p. (In Russian).
9. Rinkevich, A.B., Perov, D.V., Kuznetsov, E.A., Nemytova, O.V., Milyaev, M.A., and Ustinov, V.V. Enhancement of microwave giant magnetoresistance effect in reflected wave. *Applied Physics Letters*, 2022, 120 (23), 233502. DOI: 10.1063/5.0095405.
10. Rinkevich, A.B., Perov, D.V., Pakhomov, Ya.A., Samoylovich, M.I., and Kuznetsov, E.A. Millimeter waveband dielectric properties of nanocomposite materials based on opal matrices with particles of spinels. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, 2016, 37 (11), 1124–1138. DOI: 10.1007/s10762-016-0308-3.
11. Bykov, V.V. *Tsifrovoe Modelirovanie v Statisticheskoy Radiotekhnike* [Digital Modeling in Statistical Radio Engineering]. Sovetskoe Radio Publ., Moscow, 1971, 328 p. (In Russian).
12. Rabiner, L.R. and Gold, B. *Theory and Application of Digital Signal Processing*, Prentice-Hall, NJ, Englewood Cliffs, 1975, 762 p.
13. Tikhonov, V.I. *Statisticheskaya Radiotekhnika* [Statistical Radio Engineering]. Radio i Svyaz Publ., Moscow, 1982, 624 p. (In Russian).
14. Kunze H.-J. *Physical Measurement Methods: An Introduction to the Principles of Classical and Modern Methods*, Vieweg+Teubner Verlag, Stuttgart, 1986, 226 p. (In German).
15. *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*. M. Abramowitz and I.A. Stegun, eds., Dover, New York, 1972, 1046 p.
16. Rinkevich, A.B., Nemytova, O.V., Perov, D.V., Samoylovich, M.I., and Kuznetsov, E.A. Artificial crystals with 3d metal and palladium particles subjected to high-temperature heat treatment. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 2018, 451, 38–46. DOI: 10.1016/j.jmmm.2017.10.112.

Подана в журнал: 30.06.2023



УДК 620.179.18:537.86:537.226.1:621.372.8

DOI: 10.17804/2410-9908.2023.4.060-072

## ОЦЕНКА КОМПЛЕКСНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ МАТЕРИАЛОВ ПО ЧАСТОТНЫМ ЗАВИСИМОСТЯМ МОДУЛЕЙ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТРАЖЕНИЯ И ПРОХОЖДЕНИЯ В МИКРОВОЛНОВОМ ДИАПАЗОНЕ

Д. В. Перов

*Институт физики металлов им. М. Н. Михеева Уральского отделения РАН,  
ул. С. Ковалевской, 18, г. Екатеринбург, 620108, Россия*

 <https://orcid.org/0000-0002-3785-4881>  [peroff@uran.ru](mailto:peroff@uran.ru)

Электронная почта: [peroff@uran.ru](mailto:peroff@uran.ru)

Адрес для переписки: ул. С. Ковалевской, 18, г. Екатеринбург, 620108, Россия

Тел.: +7 (343) 378–36–97

Электромагнитные волны микроволнового диапазона являются эффективным инструментом для решения задач неразрушающего контроля и диагностики применительно к диэлектрическим, полупроводниковым и композитным материалам, изделиям из ферритов. Предложен алгоритм определения комплексной диэлектрической проницаемости немагнитных материалов по частотным зависимостям модулей коэффициентов отражения и прохождения при взаимодействии электромагнитных волн микроволнового диапазона с образцом в виде пластины, расположенной в поперечном сечении экранированного волновода прямоугольного сечения. С использованием статистических методов анализа выполнена оценка погрешностей, возникающих при применении данного алгоритма, которые обусловлены неидеальным согласованием волноводного измерительного тракта с приемниками и генератором скалярного анализатора цепей. Показано, что предлагаемый в данной работе алгоритм, использующий результаты измерений коэффициентов отражения и прохождения в широком диапазоне частот, позволяет существенно уменьшить влияние частотно-зависимых погрешностей их измерения на точность оценки комплексной диэлектрической проницаемости. Дополнительное преимущество рассматриваемого алгоритма заключается в том, что для его реализации не требуются векторные анализаторы цепей, которые являются весьма дорогостоящим оборудованием.

**Ключевые слова:** радиоволновые методы контроля, микроволновые измерения, сверхвысокие частоты, скалярный анализатор цепей, коэффициенты отражения и прохождения, комплексная диэлектрическая проницаемость

### 1. Введение

Электромагнитные волны микроволнового диапазона относятся к области спектра электромагнитного излучения с длинами волн от 1 м до 1 мм, соответствующими частотам от 300 МГц и до 300 ГГц. Внутри микроволнового диапазона можно выделить область сверхвысоких частот (СВЧ), от 3 до 30 ГГц, которой соответствует интервал значений длин волн от 10 до 1 см (сантиметровые волны) [1]. Электромагнитные волны СВЧ диапазона находят чрезвычайно широкое практическое применение в системах радиолокации и радиосвязи различного назначения, плазменных установках, нагревательных устройствах промышленного и бытового назначения и многих других радиотехнических приборах и системах [1], в частности в тех, которые применяются для выполнения неразрушающего контроля изделий, а также для оценки электрических и магнитных параметров различных материалов [2, 3].

Использование электромагнитных волн микроволнового диапазона для задач неразрушающего контроля и диагностики является особенно эффективным применительно к диэлектрическим, полупроводниковым и композитным материалам, изделиям из ферритов. Радиоволновые методы неразрушающего контроля могут применяться для проверки качества изделий при их промышленном производстве, а именно: для обнаружения локальных структурных дефектов, контроля адгезии металлических пленок к диэлектрическим подложкам, определения толщины диэлектрических пластин. Другой важной областью их применения является оценка электрических и магнитных параметров материалов: комплексных магнитной и диэлектрической проницаемостей, удельной электрической проводимости, что является актуальной задачей как при промышленном производстве изделий, так и при научных исследованиях свойств материалов [2, 3].

В данной работе будет рассмотрена методика оценки комплексной диэлектрической проницаемости немагнитных материалов по частотным зависимостям модулей коэффициентов отражения и прохождения при взаимодействии электромагнитных волн микроволнового диапазона с образцом в виде пластины, расположенной в поперечном сечении экранированного волновода прямоугольного сечения.

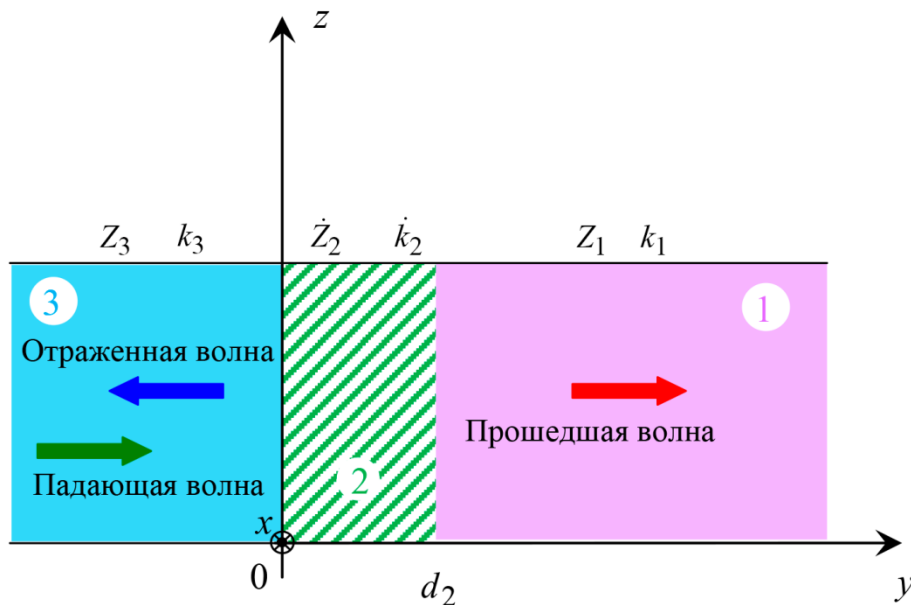


Рис. 1. Схема нумерации сред и направления распространения

## 2. Постановка задачи и методы решения

Рассмотрим систему, состоящую из двух полупространств: сред № 1 и 3, а также среды № 2 (слой толщиной  $d_2$ ), которая схематично показана на рис. 1. Предположим, что данная система из трех сред располагается внутри экранированного волновода прямоугольного сечения, то есть имеет конечные размеры в направлениях осей  $x$  и  $z$ . Как известно [4, 5], в этом случае волновое число и импеданс для среды с номером  $n$  с комплексными диэлектрической  $\dot{\epsilon}_n$  и магнитной  $\dot{\mu}_n$  проницаемостями будут иметь вид

$$\dot{k}_n = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 \dot{\epsilon}_n \dot{\mu}_n - \left(\frac{\pi p}{a}\right)^2 - \left(\frac{\pi q}{b}\right)^2}, \quad (1)$$

$$\dot{Z}_n = \frac{\omega \mu_0 \dot{\mu}_n}{k_n}, \quad (2)$$

где  $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$  – скорость распространения электромагнитных волн в вакууме;  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  – это, соответственно, электрическая и магнитная постоянные;  $\omega = 2\pi f$  – угловая частота;  $f$  – частота;  $a$  и  $b$  – это, соответственно, ширина и высота волновода, то есть размеры его поперечного сечения по осям  $x$  и  $z$ . Формулы (1) и (2) относятся к модам типа Н (или ТЕ) [4, 5], которые имеют обозначение  $H_{pq}$ , где  $p = (0), 1, 2, \dots$  и  $q = (0), 1, 2, \dots$  (индексы  $p$  и  $q$  не могут быть одновременно равны нулю).

Мода  $H_{10}$  является фундаментальной модой волновода прямоугольного поперечного сечения [4, 5], которая наиболее часто используется на практике, поскольку она имеет наименьшую частоту отсечки и, следовательно, является единственной распространяющейся модой в определенном интервале частот. Выпишем отдельно вещественную и мнимую части волнового числа  $\dot{k}_n = k'_n - ik''_n$ , определяемого формулой (1), при  $p = 1$  и  $q = 0$ :

$$k'_n = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \sqrt{\Re_n^4 + \Im_n^4} + \Re_n^2 \right)}, \quad (3)$$

$$k''_n = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \sqrt{\Re_n^4 + \Im_n^4} - \Re_n^2 \right)}, \quad (4)$$

где  $\Re_n = \sqrt{\left( \frac{\omega}{c_0} \right)^2 (\epsilon'_n \mu'_n - \epsilon''_n \mu''_n) - \left( \frac{\pi}{a} \right)^2}$  и  $\Im_n = \frac{\omega}{c_0} \sqrt{(\epsilon''_n \mu'_n + \epsilon'_n \mu''_n)}$ .

В формулах (3) и (4) используются представления для комплексных диэлектрической и магнитной проницаемостей через их вещественные и мнимые части в виде  $\dot{\epsilon}_n = \epsilon'_n - i\epsilon''_n$  и  $\dot{\mu}_n = \mu'_n - i\mu''_n$ .

Далее будем полагать, что среды № 1 и 3 одинаковы, причем  $\dot{\epsilon}_1 = \dot{\epsilon}_3 = 1$  и  $\dot{\mu}_1 = \dot{\mu}_3 = 1$ . Таким образом, среды № 1 и 3 – это воздух. Среду № 2 будем также считать немагнитной, то есть  $\dot{\mu}_2 = 1$ . Для комплексной диэлектрической проницаемости среды № 2 будем использовать представление вида [3–5]

$$\dot{\epsilon}_2 = \epsilon'_2 - i\epsilon''_2 = \epsilon'_2 - i \frac{\sigma_2}{\omega \epsilon_0}, \quad (5)$$

где  $\sigma_2$  – удельная микроволновая электрическая проводимость среды № 2. Тогда комплексные коэффициенты отражения и прохождения при взаимодействии волны с одиночным слоем будут иметь следующий вид [5, 6]:

$$\dot{R} = \frac{i(\dot{Z}_2^2 - Z_1^2) \sin(\dot{k}_2 d_2)}{2Z_1 \dot{Z}_2 \cos(\dot{k}_2 d_2) + i(\dot{Z}_2^2 + Z_1^2) \sin(\dot{k}_2 d_2)}, \quad (6)$$

$$\dot{T} = \frac{2Z_1 \dot{Z}_2}{2Z_1 \dot{Z}_2 \cos(\dot{k}_2 d_2) + i(\dot{Z}_2^2 + Z_1^2) \sin(\dot{k}_2 d_2)}. \quad (7)$$

Предположим, что значения параметров  $\epsilon'_2$  и  $\sigma_2$  неизвестны, их необходимо найти. Соответственно, необходимо разработать алгоритм определения этих величин по известным частотным зависимостям коэффициентов отражения и прохождения, которые могут быть измерены экспериментально. Другой важной задачей является определение погрешностей при получении оценок параметров с использованием данного алгоритма.

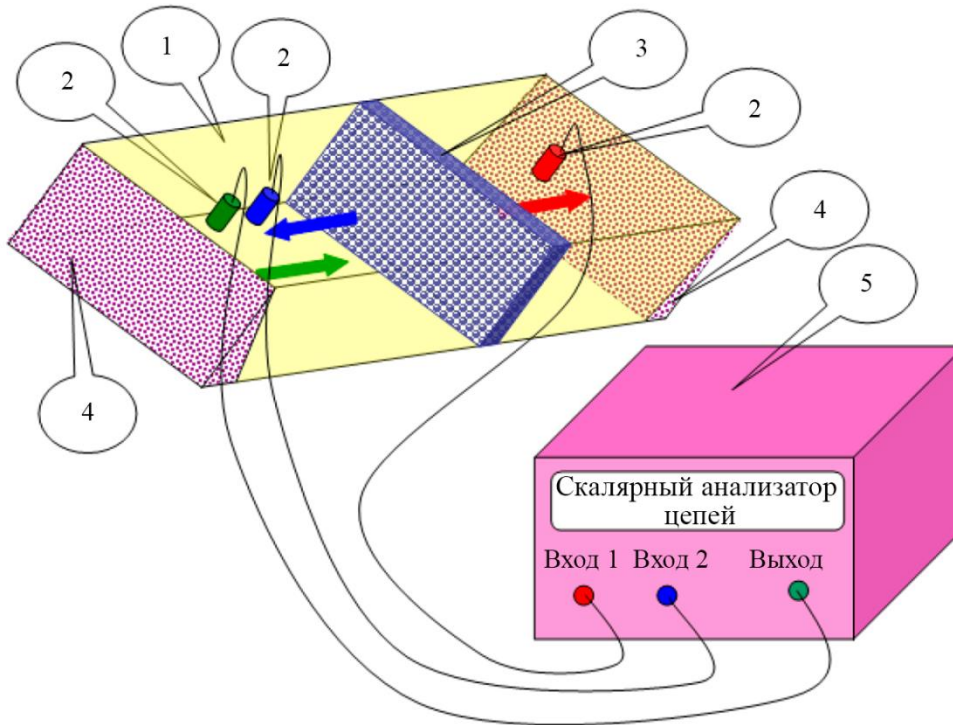


Рис. 2. Схема экспериментальной установки: 1 – волновод; 2 – коаксиально-волноводные переходы; 3 – исследуемый образец; 4 – поглотители электромагнитных волн; 5 – скалярный анализатор цепей

Для выполнения экспериментальных исследований была использована установка на основе волноводного измерительного тракта, схема которой приведена на рис. 2. Исследуемый образец в виде прямоугольной пластины располагался в поперечном сечении волновода, полностью перекрывая его. В состав установки входит скалярный анализатор цепей [7–9], который позволяет получать экспериментальные частотные зависимости модулей комплексных коэффициентов отражения и прохождения  $|\dot{R}_*(f)|$  и  $|\dot{T}_*(f)|$ . Если сопоставить эти зависимости с соответствующими теоретическими функциями  $|\dot{R}(f, \epsilon'_2, \sigma_2)|$  и  $|\dot{T}(f, \epsilon'_2, \sigma_2)|$ , рассчитанными по формулам (6) и (7), то оценочные значения параметров  $\epsilon'_{2*}$  и  $\sigma_{2*}$  могут быть получены из условия минимизации среднеквадратичных разностей следующего вида:

$$\Delta^R(\epsilon'_{2*}, \sigma_{2*}) = \min_{\epsilon'_2 = \epsilon'_{2*}} \min_{\sigma_2 = \sigma_{2*}} \sum_{j=1}^J \left[ \left| \dot{R}(f_j, \epsilon'_2, \sigma_2) \right| - \left| \dot{R}_*(f_j) \right| \right]^2, \quad (8)$$

$$\Delta^T(\epsilon'_{2*}, \sigma_{2*}) = \min_{\epsilon'_2 = \epsilon'_{2*}} \min_{\sigma_2 = \sigma_{2*}} \sum_{j=1}^J \left[ \left| \dot{T}(f_j, \epsilon'_2, \sigma_2) \right| - \left| \dot{T}_*(f_j) \right| \right]^2, \quad (9)$$

где  $\Delta^R$  и  $\Delta^T$  – остаточные разности для модулей коэффициентов отражения и прохождения.

### 3. Результаты и обсуждение

Рассмотрим пример получения оценок комплексных диэлектрических проницаемостей нанокompозитных сред, которые могут быть достигнуты при реализации условий, определяемых соотношениями (8) и (9), а также выполним оценку возникающих при этом погрешностей. Выполним анализ частотных зависимостей модулей коэффициентов отражения и прохождения для образца 3D-нанокompозита на основе искусственной опаловой матрицы с наночастицами шпинели  $\text{CoCu}_2\text{O}_4$  [10]. Они показаны на рис. 3 *a* пунктирными линиями. Там же, в виде сплошных линий без осцилляций, построены соответствующие теоретические зависимости модулей соответствующих коэффициентов, для расчета которых использовались формулы (8) и (9). Толщина образца  $d_2$  равна 1.9 мм, размеры поперечного сечения волновода:  $a = 7,2$  мм,  $b = 3,4$  мм. В результате были получены следующие оценки диэлектрических параметров для данного материала:  $\varepsilon'_{2*} = 2,4069$ ,  $\sigma_{2*} = 0,1862$  См/м, которые минимизируют среднеквадратичные разности (8) и (9), принимающие в данном случае следующие значения:  $\Delta^R = 0,5053$  и  $\Delta^T = 0,2376$ .

Заметим, что поскольку формулы (6) и (7), входящие в выражения (8) и (9), содержат немонотонные трансцендентные функции, то остаточные разности могут, вообще говоря, иметь несколько локальных минимумов, соответствующих различным сочетаниям параметров  $\varepsilon'$  и  $\sigma_2$ . Для того, чтобы убедиться в том, что полученные оценки  $\varepsilon'_{2*}$  и  $\sigma_{2*}$  действительно соответствуют глобальным минимумам остаточных разностей (8) и (9), необходимо выполнить построение поверхностей, соответствующих функциям  $\Delta^R(\varepsilon'_2, \sigma_2)$  и  $\Delta^T(\varepsilon'_2, \sigma_2)$  в некоторых интервалах физически обоснованных значений переменных  $\varepsilon'$  и  $\sigma_2$ , включающих  $\varepsilon'_{2*}$  и  $\sigma_{2*}$ . Это может служить наглядным подтверждением попадания точек с координатами  $\varepsilon'_{2*}$  и  $\sigma_{2*}$  в области глобальных минимумов значений остаточных разностей.

Как видно на рис. 3 *a*, экспериментальные зависимости имеют искажения в виде характерных осцилляций, причиной которых является неидеальное согласование волноводного измерительного тракта с приемниками и генератором скалярного анализатора цепей в используемом диапазоне частот электромагнитных волн вследствие наличия в тракте локальных нерегулярных особенностей в местах соединения волноводных элементов, коаксиально-волноводных переходов и т. п. Они являются основной причиной погрешностей оценок комплексной диэлектрической проницаемости при использовании рассматриваемого в данной статье алгоритма. Поскольку истинные значения параметров каждой нерегулярности заранее не известны, то они не могут быть учтены заранее, а вид указанных осцилляций изменяется случайным образом в зависимости от настроек измерительной системы и различается для разных исследуемых образцов. Поэтому для получения оценок этих погрешностей будем использовать методы статистического моделирования [11].

Прежде всего предположим, что данные оценки являются точными значениями диэлектрических параметров  $\varepsilon'_{2(0)}$  и  $\sigma_{2(0)}$ . Следовательно, соответствующие им теоретические зависимости модулей коэффициентов также полагаются точными. Тогда остаточные разности  $\Delta^R$  и  $\Delta^T$ , определяемые по формулам (8) и (9), будут иметь смысл среднеквадратичных отклонений экспериментально измеренных частотных зависимостей модулей коэффициентов отражения и прохождения от истинных.

Далее синтезируем частотные зависимости модулей коэффициентов отражения и прохождения, моделирующие полученные экспериментально, которые будут иметь те же самые значения остаточных разностей  $\Delta^R$  и  $\Delta^T$ . С этой целью для каждой из зависимостей модулей коэффициентов используем следующий вычислительный алгоритм. Сначала получаем выборку значений с использованием стандартного алгоритма генерации последовательности нормально распределенных псевдослучайных чисел с нулевым значением математического

ожидания и среднеквадратичным отклонением, равным единице [11]. Затем пропускаем ее через цифровой фильтр, чтобы воспроизвести осцилляции с теми периодами и амплитудами, которые имеются на соответствующих экспериментальных зависимостях. Для этой цели используем полосовой фильтр с конечной импульсной характеристикой, реализующий окно Хэмминга [12] с полосой пропускания, определяющей характерные периоды осцилляций в диапазоне от 1,3 до 3,5 ГГц. Порядок фильтра выбираем равным 500. Наконец нормируем амплитуды полученной случайной последовательности  $n_l$ , состоящей из  $L$  отсчетов, где  $l = 1, 2, \dots, L$ , таким образом, чтобы обеспечить требуемые значения  $\Delta^R$  и  $\Delta^T$ . Для этого умно-

жаем  $n_l$  на амплитудный коэффициент  $\sqrt{\Delta \left( \sum_{l=1}^L n_l^2 \right)^{-1}}$ , где  $\Delta$  – одна из величин  $\Delta^R$  или  $\Delta^T$ ,

которая выбирается в зависимости от того, к какой из теоретических зависимостей модулей коэффициентов прибавляется данная случайная последовательность. Примеры синтезированных таким образом частотных зависимостей модулей коэффициентов отражения и прохождения приведены на рис. 3 а в виде сплошных осциллирующих кривых.

На рис. 3 б показана сводная картина для 500 пар независимых случайных последовательностей, моделирующих экспериментальные зависимости модулей коэффициентов. Более темные линии без осцилляций показывают теоретические зависимости, которые аппроксимируют эти синтезированные кривые в соответствии с условиями (8) и (9). Каждой из них будут соответствовать свои оценочные значения диэлектрических параметров, которые не равны  $\varepsilon'_{2(0)}$  и  $\sigma_{2(0)}$ . Приведем результаты статистического анализа этих результатов.

Построим гистограммы относительных частот [13] для оценочных значений  $\varepsilon'_{2*}$  и  $\sigma_{2*}$ , которые показаны на рис. 3 в, г. Здесь по осям ординат отложены выборочные плот-

ности вероятностей  $\frac{n_i^{(\varepsilon)}}{N\Delta^{(\varepsilon)}}$  и  $\frac{n_j^{(\sigma)}}{N\Delta^{(\sigma)}}$ , где  $i$  и  $j$  – номера интервалов (бинов) статистических рядов для  $\varepsilon'_{2*}$  и  $\sigma_{2*}$ ;  $n_i^{(\varepsilon)}$  и  $n_j^{(\sigma)}$  – выборочные частоты, то есть количество оценочных значений  $\varepsilon'_{2*}$  и  $\sigma_{2*}$ , попавших в соответствующие интервалы с номерами  $i$  и  $j$ ;  $\Delta^{(\varepsilon)}$  и  $\Delta^{(\sigma)}$  – длины интервалов;  $N$  – длины выборок оценочных значений  $\varepsilon'_{2*}$  и  $\sigma_{2*}$ . Как уже было отмечено ранее, в данном случае  $N = 500$ .

Первоначально количество бинов было выбрано равным 12 для выборок значений обоих оцениваемых параметров, однако затем их количество было сокращено, поскольку те интервалы, в которых попадало по 5 элементов выборки или менее, объединялись с соседними интервалами гистограмм. Это является условием применимости критерия Пирсона (критерия  $\chi^2$ ) для проверки статистических гипотез [13].

Применим данный критерий для проверки предположения о том, что оценочные значения  $\varepsilon'_{2*}$  и  $\sigma_{2*}$  имеют нормальные распределения. С этой целью для каждой из гистограмм, соответствующей последовательности случайных величин  $x_n$  с выборочным средним

значением  $\bar{m}_x = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n$  и выборочной дисперсией  $\sigma_x^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (x_n - \bar{m}_x)^2$ , вычислим

выборочные значения  $\chi^2$ -статистики Пирсона вида [13, 14]



$$\chi^2 = \sum_{k=1}^K \frac{(n_k - np_k)^2}{np_k}, \quad (10)$$

где  $K$  – число интервалов гистограммы;  $n_k$  – выборочные частоты;  $np_k$  – теоретические вероятности.

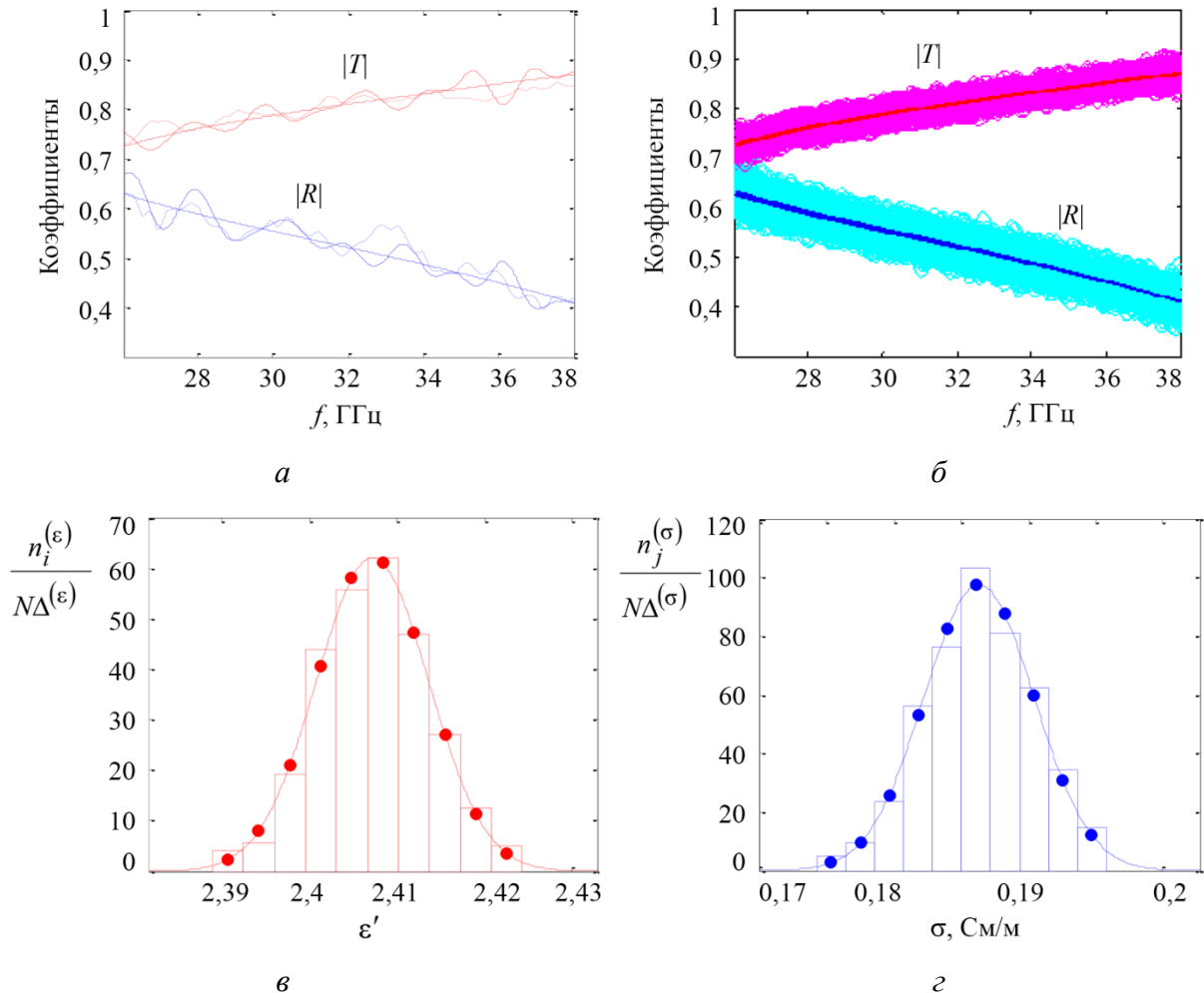


Рис. 3. Пример оценки погрешностей определения комплексных диэлектрических проницаемостей нанокompозитных сред: *a* – частотные зависимости модулей коэффициентов отражения и прохождения (экспериментальные – пунктирные линии, соответствующие им теоретические – сплошные линии без осцилляций, синтезированные – сплошные линии с осцилляциями); *б* – семейства синтезированных зависимостей и соответствующие им теоретические кривые (более темные линии); *в, г* – гистограммы относительных частот для оценочных значений  $\epsilon'_2$  и  $\sigma_2$ , а также соответствующие плотности вероятности аппроксимирующих нормальных распределений

Функцию распределения вероятностей случайной величины  $x$  с распределением  $\chi^2$  можно записать в виде [13, 14]

$$F(x, \nu) = \int_0^x \frac{t^{\frac{\nu}{2}-1}}{2^{\frac{\nu}{2}} \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \exp\left(-\frac{t}{2}\right) dt, \quad (11)$$

где  $\nu$  – число степеней свободы распределения;  $\Gamma(\dots)$  – гамма-функция Эйлера [15]. Квантиль распределения  $\chi^2$  порядка  $1-\alpha$  с числом степеней свободы  $\nu$  обозначается как  $\chi_{1-\alpha}^2(\nu)$ . Его значение определяется из решения уравнения  $F(\chi_{1-\alpha}^2(\nu), \nu) = 1-\alpha$  с использованием формулы (11).

В том случае если для выборочного значения  $\chi^2$ -статистики Пирсона (10) выполняется условие  $\chi^2 < \chi_{1-\alpha}^2(K-s-1)$ , где  $s$  – число параметров теоретического распределения, оцениваемых по результатам наблюдений, то принимается гипотеза о том, что закон распределения выборки анализируемых случайных величин соответствует теоретическому распределению [13, 14], в качестве которого будем рассматривать нормальное распределение. Тогда вероятности  $p_k$  в формуле (10) будут иметь вид  $p_k = \Phi\left(\frac{\tilde{x}_k - \bar{m}_x}{\sigma_x}\right) - \Phi\left(\frac{\tilde{x}_{k-1} - \bar{m}_x}{\sigma_x}\right)$ , где

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \quad (12)$$

есть функция распределения вероятностей для гауссовской случайной величины  $x$ ,  $\tilde{x}_k$  – значения случайной последовательности, соответствующие серединам интервалов бинов гистограммы, причем  $\tilde{x}_0 = -\infty$  и  $\tilde{x}_K = +\infty$ . Заметим, что при выборе нормального распределения в качестве теоретического необходимо полагать, что  $s = 2$ , поскольку имеется два оцениваемых параметра распределения: математическое ожидание и дисперсия.

На рис. 3 *в, г* на фоне гистограмм показаны кривые плотностей вероятности нормальных распределений, вычисленные по формуле (12) и соответствующие последовательностям оценочных значений  $\varepsilon'_{2*}$  и  $\sigma_{2*}$ , с параметрами  $\bar{m}_\sigma = 0,1863$ ,  $\sigma_\sigma = 0,0041$  и  $\bar{m}_\varepsilon = 2,4072$ ,  $\sigma_\varepsilon = 0,0064$ .

При использовании квантиля  $\chi^2$ -распределения  $1-\alpha = 0,95$  и  $s = 2$  для выборок оценочных значений  $\varepsilon'_*$  и  $\sigma_*$  условия  $\chi^2 < \chi_{1-\alpha}^2(K-s-1)$  принимают следующий вид:  $3,196 < 14,067$  и  $3,115 < 14,067$ . Таким образом, гипотезы о том, что и  $\varepsilon'_{2*}$  и  $\sigma_{2*}$  имеют нормальные распределения, подтверждаются с вероятностью 0,95.

Известно [14], что случайная величина  $x$  с нормальным распределением принимает значения, лежащие в интервале от  $\bar{m}_x - 3\sigma_x$  до  $\bar{m}_x + 3\sigma_x$  с вероятностью 0,9973. Таким образом, в качестве оценок экстремальных значений относительных погрешностей определения  $\varepsilon'_2$  и  $\sigma_2$  можно использовать соотношения  $\delta\varepsilon' = \pm \frac{3\sigma_\varepsilon}{\bar{m}_\varepsilon} \cdot 100$  и  $\delta\sigma = \pm \frac{3\sigma_\sigma}{\bar{m}_\sigma} \cdot 100$ . В результате получаем:  $\delta\varepsilon' = \pm 0,80\%$  и  $\delta\sigma = \pm 6,60\%$ , что хорошо согласуется с результатами расчетов величин  $\frac{\varepsilon'_{2*} - \varepsilon'_{2(0)}}{\varepsilon'_{2(0)}} \cdot 100$  и  $\frac{\sigma_{2*} - \sigma_{2(0)}}{\sigma_{2(0)}} \cdot 100$ , значения которых лежат в интервалах, соответственно, от  $-0,82$  до  $0,95\%$  и от  $-6,97$  до  $6,87\%$ .

Проведенный анализ показывает, в частности, что использование результатов измерений коэффициентов отражения и прохождения, полученных в широком диапазоне частот, действительно позволяет существенно уменьшить влияние частотно-зависимых погрешностей измерения указанных коэффициентов, что наглядно проиллюстрировано на рис. 3 *а, б*. Здесь хорошо видно, что аппроксимирующие теоретические зависимости мало отличаются друг от друга, по сравнению с экспериментальными. Это обуславливает значительное

уменьшение погрешностей определения диэлектрических параметров при использовании интегральных критериев типа (8) и (9) по сравнению с получением оценок по результатам измерений на одной частоте.

Однако данная картина наблюдается только в том случае, когда параметры  $\epsilon'_2$  и  $\sigma_2$  остаются постоянными в пределах рассматриваемого диапазона частот. Если же данное условие не выполняется, то экспериментальные зависимости невозможно аппроксимировать вышеуказанным методом с малой погрешностью. Это наглядно иллюстрирует рис. 4 *a*, на котором показаны зависимости для образца 3D-нанокompозита на основе искусственной опаловой матрицы с наночастицами Fe, Co и Ni [16]. Очевидно, что на экспериментальных кривых, наряду с небольшими осцилляциями с периодом около 2 ГГц, которые аналогичны показанным ранее на рис. 3 *a*, наблюдаются изменения более крупного масштаба и с большими амплитудами.

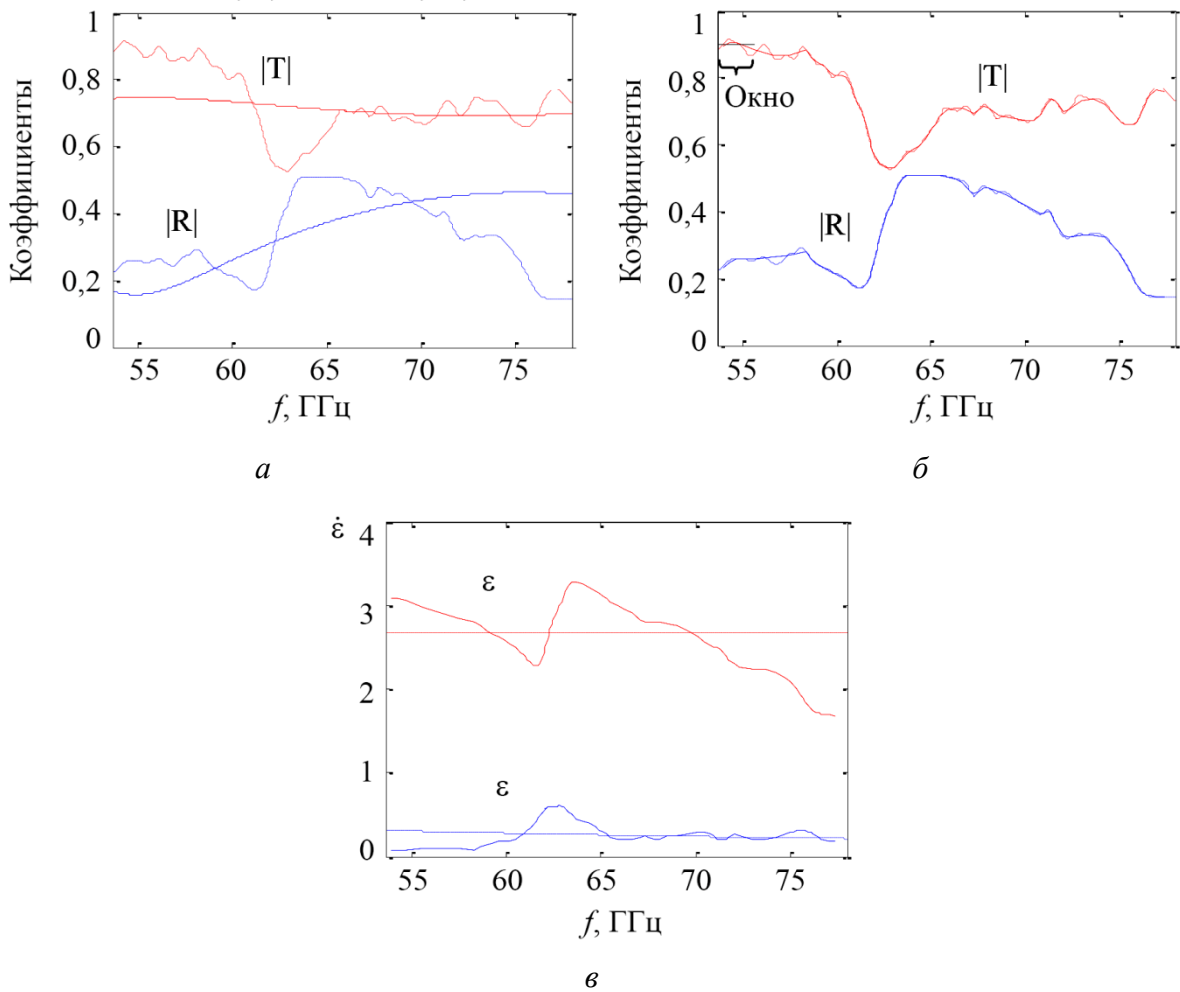


Рис. 4. Аппроксимации экспериментальных частотных зависимостей модулей коэффициентов отражения и прохождения (пунктирные линии) теоретическими кривыми (сплошные линии) во всем частотном диапазоне (*a*) и при использовании скользящего частотного окна (*б*), а также оценки комплексной диэлектрической проницаемости (*в*), соответствующие рисункам *a* (пунктирные линии) и *б* (сплошные линии)

Аппроксимирующие теоретические кривые, показанные на рис. 4 *a*, которые построены в соответствии с условиями (8) и (9), существенно отличаются по виду от экспериментальных зависимостей. В данном случае алгоритм дает следующие значения:  $\epsilon'_{2*} = 2,6654$ ,

$\sigma_{2*} = 0,9358$  См/м, однако они могут рассматриваться только как довольно грубые оценки параметров. Возникшая здесь ситуация обусловлена частотной зависимостью диэлектрических параметров анализируемого материала, что не учитывается в используемой расчетной модели.

Одним из возможных подходов к повышению точности оценок параметров в подобных случаях является использование модификации метода со скользящим частотным окном. В этом случае экспериментальные зависимости анализируются не во всем диапазоне частот, использованном для измерений, а в некотором ограниченном поддиапазоне – «окне». Его ширина выбирается таким образом, чтобы, с одной стороны, в него попадал, по меньшей мере, один период осцилляций экспериментальных кривых, возникающих из-за неполного согласования элементов измерительного тракта, но, с другой стороны, период крупномасштабных изменений этих кривых, вызванных материальной дисперсией, должен быть существенно больше.

На рис. 4 б показаны результаты аппроксимации тех же экспериментальных данных, что и на рис. 4 а, но с использованием скользящего частотного окна шириной 2 ГГц, которое перемещалось по оси частот слева направо с шагом 0,5 ГГц. На рис. 4 в представлены соответствующие результаты определения комплексной диэлектрической проницаемости образца, которые демонстрируют наличие частотной дисперсии материала. Оценки для диэлектрических параметров, получаемые для каждого положения окна на оси частот, удовлетворяют условиям (8) и (9), в которых, однако, предполагается, что  $\varepsilon_2''$  является постоянной в пределах окна, то есть мы определяем значения  $\varepsilon_{2*}'$  и  $\varepsilon_{2*}''$ . Пунктиром на рис. 4 в показаны соответствующие оценки параметров, полученные для всего диапазона частот, причем  $\varepsilon_{2*}'' = \langle \varepsilon_0 \sigma_{2*} \omega \rangle$ , где  $\langle \dots \rangle$  означает операцию усреднения по частоте.

Заметим, что алгоритм определения комплексной диэлектрической проницаемости, предлагаемый в данной работе, обладает целым рядом преимуществ по сравнению, например, с широко известным алгоритмом Николсона – Росса – Вейра [3], для реализации которого, во-первых, необходимо знать частотные зависимости комплексных коэффициентов отражения и прохождения, а не их модулей, что требует использования весьма дорогостоящих векторных анализаторов цепей. Во-вторых, алгоритм Николсона – Росса – Вейра не применим в тех случаях, когда толщина исследуемого образца кратна половине длины электромагнитной волны в нем или близка к этой величине. В-третьих, наличие осцилляций на частотных зависимостях коэффициентов отражения и прохождения вследствие наличия в измерительном тракте локальных нерегулярных особенностей будет воспроизводиться на полученных посредством алгоритма Николсона – Росса – Вейра зависимостях комплексной диэлектрической проницаемости, что потребует их дополнительной пост-обработки с целью регуляризации.

#### 4. Заключение

Предложен алгоритм определения комплексной диэлектрической проницаемости немагнитных материалов по частотным зависимостям модулей коэффициентов отражения и прохождения при взаимодействии электромагнитных волн микроволнового диапазона с образцом в виде пластины, расположенной в поперечном сечении экранированного волновода прямоугольного сечения.

С использованием статистических методов анализа выполнена оценка погрешностей, возникающих при работе данного алгоритма, которые обусловлены неидеальным согласованием волноводного измерительного тракта с приемниками и генератором скалярного анализатора цепей в используемом диапазоне частот электромагнитных волн вследствие наличия

в тракте локальных нерегулярных особенностей в местах соединения волноводных элементов, коаксиально-волноводных переходов и т. п.

Показано, что предлагаемый в данной работе алгоритм, использующий результаты измерений коэффициентов отражения и прохождения в широком диапазоне частот, позволяет существенно уменьшить влияние частотно-зависимых погрешностей их измерения на точность оценки комплексной диэлектрической проницаемости.

### Благодарность

*Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ по темам «Спин» № 122021000036-3 и «Функция» № 122021000035-6.*

### Литература

1. Радиотехника : энциклопедия / под ред. Ю. Р. Мазора, Е. А. Мачусского, В. И. Правды. – М. : Изд. дом «Додэка-XXI», 2002. – 944 с.
2. Неразрушающий контроль и диагностика : справочник / под ред. В. В. Клюева. – М. : Машиностроение, 2003. – 656 с.
3. Microwave Electronics: Measurements and Material Characterization / L. F. Chen, S. K. Ong, C. P. Neo, V. V. Vardan, V. K. Vardan. – Chichester : John Wiley & Sons Ltd, 2004. – 537 p.
4. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн. – М. : Наука, 1989. – 544 с.
5. Семенов Н. А. Техническая электродинамика. – М. : Связь, 1973. – 480 с.
6. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. – М. : Наука, 1973. – 343 с.
7. Измеритель КСВН панорамный Р2-65. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. – Вильнюс, 1986. – 116 с.
8. Измеритель КСВН панорамный Р2-67. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. – Вильнюс, 1986. – 124 с.
9. Enhancement of microwave giant magnetoresistance effect in reflected wave / A. B. Rinkevich, D. V. Perov, E. A. Kuznetsov, O. V. Nemytova, M. A. Milyaev, V. V. Ustinov // Applied Physics Letters. – 2022. – Vol. 120, No. 23. – P. 233502. – DOI: 10.1063/5.0095405.
10. Millimeter waveband dielectric properties of nanocomposite materials based on opal matrices with particles of spinels / A. B. Rinkevich, D. V. Perov, Ya. A. Pakhomov, M. I. Samoylovich, E. A. Kuznetsov // Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves. – 2016. – Vol. 37, No. 11. – P. 1124–1138. – DOI: 10.1007/s10762-016-0308-3.
11. Быков В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. – М. : Советское радио, 1971. – 328 с.
12. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – М. : Мир, 1978. – 848 с.
13. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. – М. : Радио и связь, 1982. – 624 с.
14. Кунце Х.-И. Методы физических измерений. – М. : Мир, 1989. – 216 с.
15. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. – М. : Наука, 1979. – 832 с.
16. Artificial crystals with 3d metal and palladium particles subjected to high-temperature heat treatment / A. B. Rinkevich, O. V. Nemytova, D. V. Perov, M. I. Samoylovich, E. A. Kuznetsov // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2018. – Vol. 451. – P. 38–46. – DOI: 10.1016/j.jmmm.2017.10.112.