

**Received:** 04.02.2022

**Revised:** 08.03.2022



**Accepted:** 15.04.2022



**DOI:** 10.17804/2410-9908.2022.2.035-044

## FEATURES OF THE STRESS STATE OF POROUS BRITTLE MATERIALS UNDER TENSILE CONDITIONS

V. A. Zimina<sup>a), \*</sup> and I. Yu. Smolin<sup>b)</sup>

*Institute of Strength Physics and Materials Science SB RAS,  
2/4 Akademicheskiiy Ave., Tomsk, Russian Federation*

<sup>a)</sup>  <https://orcid.org/0000-0001-6780-5717>  [miva@ispms.ru](mailto:miva@ispms.ru);

<sup>b)</sup>  <https://orcid.org/0000-0003-3167-9530>  [smolin@ispms.ru](mailto:smolin@ispms.ru)

\*Corresponding author. E-mail: [miva@ispms.ru](mailto:miva@ispms.ru)

Address for correspondence: Akademicheskiiy Ave., 2/4, Tomsk, 634055, Russian Federation  
Tel.: +7 (3822) 286 838

The paper discusses the problem of taking into account the influence of the heterogeneous structure of a material on its effective characteristics and mechanical behavior. To evaluate the effective properties and features of the stress and strain analysis of porous materials, it is proposed to use a combined method that includes experimental data (an SEM image of a porous material surface) and numerical methods of solids mechanics. Numerical simulation of the mechanical behavior of porous ceramics is performed on the basis of experimental data on its pore structure. As a result of the performed research, it is shown that this method makes it possible to determine the features of the stress and strain state of porous ceramics. The stress analysis reveals both tensile and compressive local stresses in porous ceramics mesovolumes under uniaxial tension. At the same time, the values of these local stresses exceed the mesovolume-average values by an order of magnitude.

**Keywords:** effective properties, microstructure, ceramics, modeling, stress and strain state, stress-strain curve.

### Acknowledgment

*The work was performed under the state assignment to the Institute of Strength Physics and Materials Science SB RAS, theme No. FWRW-2022-0003.*

### References

1. Voigt W. *Lehrbuch der Kristallphysik*, Berlin, Teubner, 1928, 962 p.
2. Reuss A. Berechnung der fließgrenze von mischkristallen auf grund der plastizitätsbedingung für einkristalle. *ZAMM – Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 1929, vol. 9 (1), pp. 49–58. DOI: 10.1002/zamm.19290090104.
3. Hashin Z., Shtrikman S. A variational approach to the theory of the effective magnetic permeability of multiphase materials. *Journal of Applied Physics*, 1962, vol. 33, pp. 3125. DOI: 10.1063/1.1728579.
4. Maxwell J.C. *A Treatise on Electricity and Magnetis*, Oxford, Clarendon Press., 1873, 577 p.
5. Sevostianov I., Giraud A. Generalization of Maxwell homogenization scheme for elastic material containing inhomogeneities of diverse shape. *International Journal of Engineering Science*, 2013, vol. 64, pp. 23–36. DOI: 10.1016/j.ijengsci.2012.12.004.
6. Chen F., Sevostianov I., Giraud A., Grgic D. Combined effect of pores concavity and aspect ratio on the elastic properties of a porous material. *International Journal of Solids and Structures*, 2018, vol. 134, pp. 161–172. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2017.10.016.

7. Trofimov A., Abaimov S. G., Akhatov I. S., Sevostianov I. On the bounds of applicability of two-step homogenization technique for porous materials. *International Journal of Engineering Science*, 2018, vol. 123, pp. 117–126. DOI: 10.1016/j.ijengsci.2017.11.017.
8. Roberts A., Garboczi E. Elastic properties of model porous ceramics. *Journal of the American Ceramic Society*, 2000, vol. 83, No. 12, pp. 3041–3048. DOI:10.1111/J.1151-2916.2000.TB01680.X.
9. Cannillo V., Leonelli C., Manfredini T., Montorsi M., Boccaccini A. R. Computational simulations for the assessment of the mechanical properties of glass with controlled porosity. *Journal of Porous Materials*, 2003, vol. 10, pp. 189–200. DOI: 10.1023/A:1027490502044.
10. Sadowski T., Samborski S. Prediction of the mechanical behaviour of porous ceramics using mesomechanical modeling. *Computational Materials Science*, 2003, vol. 28, iss 3–4, pp. 512–517. DOI: 10.1016/j.commatsci.2003.08.008.
11. Pabst W., Gregorová E., Tichá G. Effective properties of suspensions, composites and porous materials. *Journal of the European Ceramic Society*, 2007, vol. 27, pp. 479–482. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2006.04.169.
12. Pabst W., Gregorová E. Young's modulus of isotropic porous materials with spheroidal pores. *Journal of the European Ceramic Society*, 2014, vol. 34 (13), pp. 3195–3207. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2014.04.009.
13. Knudsen F.P. Effect of Porosity on Young's Modulus of Alumina. *Journal of the European Ceramic Society*, 1962, vol. 45, iss. 2, pp. 94–95. DOI: 10.1111/j.1151-2916.1962.tb11089.x.
14. Dean E.A., Lopez J.A. Empirical Dependence of Elastic Moduli on Porosity for Ceramic Materials. *Journal of the European Ceramic Society*, 1983, vol. 66, iss. 5, pp. 366–370. DOI: 10.1111/j.1151-2916.1983.tb10051.x.
15. Munro R.G. Effective Medium Theory of the Porosity Dependence of Bulk Moduli. *Journal of the European Ceramic Society*, 2001, vol. 84, iss. 5, pp. 1190–1192. DOI: 10.1111/j.1151-2916.2001.tb00815.x.
16. Rodrigues J.A., Ortega F.S., Paiva A.E. M., Villaboim E.L. G., Pandolfelli V.C. The relation between porosity and elastic moduli of gelcast ceramic foams. *Cerâmica*, 2004, vol. 50, pp. 209–216. DOI: 10.1590/S0366-69132004000300007.
17. Kulkov A.S., Smolin I.Yu., Mikushina V.A. Investigation of mechanical response of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> ceramic specimens to loading with consideration for their structural features. *AIP Conference Proceedings*, 2018, vol. 2051, pp. 020162. DOI: 10.1063/1.5083405.
18. Morrell R. Handbook of properties of technical & engineering ceramics. Part 2. Data reviews, Section I. High-alumina ceramic, London, HMSO, 1987, 255 p.
19. Zimina V.A. *Determination of the mechanical characteristics of brittle porous materials based on numerical simulation*. Ph.D. thesis, Tomsk, 2021. (In Russian).  
Mikushina V.A., Smolin I.Yu. Numerical analysis of the stress state and fracture of porous ceramics at the mesolevel. *Journal of Physics: Conference Series*, 2019, vol. 1214, pp. 012016. DOI: 10.1088/1742-6596/1214/1/012016.

Подана в журнал: 04.02.2022



УДК 539.3



DOI: 10.17804/2410-9908.2022.2.035-044

## ОСОБЕННОСТИ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПОРИСТЫХ ХРУПКИХ МАТЕРИАЛОВ В УСЛОВИЯХ РАСТЯЖЕНИЯ

В. А. Зими́на<sup>а), \*</sup>, И. Ю. Смоли́н<sup>б)</sup>

*Институт физики прочности и материаловедения (ИФПМ) СО РАН,  
г. Томск, Российская Федерация*

<sup>а)</sup>  <https://orcid.org/0000-0001-6780-5717>  [miva@ispms.ru](mailto:miva@ispms.ru);

<sup>б)</sup>  <https://orcid.org/0000-0003-3167-9530>  [smolin@ispms.ru](mailto:smolin@ispms.ru)

\*Ответственный автор. Электронная почта: [miva@ispms.ru](mailto:miva@ispms.ru)

Адрес для переписки: пр. Академический, 2/4, г. Томск, 634055, Российская Федерация

Тел.: +7(3822)28–68–38

Работа посвящена проблеме учета влияния неоднородной структуры материала на его эффективные характеристики и механическое поведение. Для оценки эффективных свойств и особенностей напряженно-деформированного состояния пористых материалов было предложено использовать комбинированный метод, включающий экспериментальные данные (РЭМ-изображение поверхностей образцов пористых материалов) и численные методы механики деформируемого твердого тела. Выполнено численное моделирование механического поведения пористой керамики на основе экспериментальных данных о ее поровой структуре. В результате проведенного исследования сделан вывод, что этот метод позволяет определить особенности напряженно-деформированного состояния исследуемого материала. Анализ напряжений в пористой керамике подтвердил, что при одноосном растяжении ее мезообъемов в них присутствуют как растягивающие, так и сжимающие локальные напряжения. При этом значения этих напряжений на порядок превышают средние значения по мезообъему.

**Ключевые слова:** эффективные свойства, микроструктура, керамика, моделирование, напряженно-деформированное состояние, диаграмма нагружения.

### 1. Введение

Влияние поровой структуры на прочностные и упругие характеристики пористых материалов есть и остается предметом многочисленных теоретических, а также экспериментальных исследований. За последние десятилетия выполнен ряд работ, направленных на установление связи между внутренней структурой и эффективными механическими свойствами различных структурно-неоднородных материалов: композитов, пористых материалов, горных пород и т. д. Точный прогноз механического поведения этих материалов требует наиболее полной информации об их микроструктуре – геометрических характеристиках порового пространства и твердой фазы. Знания только объемной доли пор оказываются недостаточным. Таким образом, теоретические и экспериментальные исследования для пористых материалов состоят из двух направлений: в первом рассматривают только влияние объемной доли пор на упругие и прочностные характеристики, во втором – влияние геометрических характеристик пор (размера, формы, ориентации и т. д.).

Основой для вычисления эффективных характеристик структурно-неоднородных материалов являются методы гомогенизации. Эти методы берут свое начало в механике композиционных материалов, поскольку при расчете изделий из композитов необходимо знать их эффективные свойства. Этой проблеме посвящена многочисленная литература [1–16]. Среди существующих аналитических методов для определения эффективных свойств двухфазных

неоднородных материалов (композитов) следует первыми отметить два классических метода гомогенизации – метод Фойгта и метод Рейса [1, 2]. Согласно этим методам эффективные модули упругости вычисляются по правилу механического смешивания. Метод Фойгта дает верхнюю границу оценки эффективных свойств и предполагает однородность поля макродеформаций, а метод Рейса – нижнюю границу и предполагает однородность поля макронапряжений. Также следует отметить, подход Хашина–Штрикмана, связанный с применением вариационных методов [3]. Этот метод также позволяет определять границы эффективных модулей упругости, при этом так называемая вилка Хашина–Штрикмана для эффективных модулей упругости является более узкой, чем вилка Фойгта–Рейса.

В последние годы широко используется модель (схема гомогенизации) Максвелла. В ее основе лежат предположения о приравнивании дальних полей от выбранного объема структурно-неоднородного материала содержащего взаимодействующие или не взаимодействующие неоднородности, и того же объема эффективной среды с неизвестными свойствами [4]. Авторы работ [5–7] успешно развивают методы гомогенизации для выявления влияния размеров, формы пор и учета их взаимодействия на зависимости эффективных упругих модулей от пористости. Лежащие в основе методов гомогенизации краевые задачи для неоднородного материала со сложной структурой оказываются достаточно сложными для аналитического решения, поэтому применяются как численные решения, так и многоуровневые подходы гомогенизации. Так например, в работе [5] авторы модифицировали метод Максвелла для определения эффективных упругих свойств материалов с включениями, имеющими форму суперсферы. Показано, что форма пор сильно влияет на упругие свойства, особенно, если она вогнутая. В работе [7] рассмотрена применимость методов многоуровневой гомогенизации для материала, содержащего сферические поры двух различных размеров, а также представлено сравнение результатов конечно-элементного моделирования с прогнозами разных микромеханических моделей гомогенизации.

Численные подходы при оценке влияния структуры пористых материалов на их эффективные механические свойства используются в работах [8–10]. А. Р. Roberts и Е. J. Garboczi одни из первых использовали численный подход на основе метода конечных элементов для изучения влияния пористости и формы пор на упругие свойства пористой керамики [8]. Они вывели аналитические формулы (степенные законы) для случаев сферических и эллипсоидальных пор, а также для перекрывающихся сферических частиц матрицы.

В работах [11, 12] предложена экспоненциальная форма зависимости от пористости для коэффициента теплопроводности и модуля Юнга. В работах F. P. Knudsen [13], E. A. Dean и J. A. Lopez [14] и R. G. Munro [15] на примере алюмооксидной керамики показано, что экспериментальные данные для разных упругих модулей могут быть аппроксимированы несколькими моделями (экспоненциальными, полиномиальными и даже линейными), особенно если учитывать, что значение пористости составляет менее 50 %.

Развитые аналитические и численно-аналитические методы гомогенизации дают приемлемые прогнозы эффективных свойств для простых или упрощенных задач, но их применимость и точность явно ограничены. В этих подходах из-за математических ограничений обычно вводятся некоторые упрощенные гипотезы о пористой структуре. Например предполагается, что все поры изолированы и периодически расположены в пространстве, имеют сферическую или эллипсоидальную форму и одинаковый размер и т. п. Как только пористая структура материала становится более сложной (с порами разной морфологии, размеров и находящихся на разных расстояниях друг от друга), аналитический или численно-аналитический прогноз поведения системы превращается в сложную задачу. Поэтому важно наиболее полно учитывать микроструктуру пористых материалов при оценке их эффективных механических свойств. Например, применять комбинированные подходы, включающие как экспериментальные (РЭМ-изображения поверхностей образцов пористых материалов), так и численные методы.



Цель работы – анализ напряженно-деформированного состояния пористой керамики при одноосном растяжении с учетом особенностей ее микроструктуры и при использовании комбинированных методов исследования.

## 2. Постановка задачи и методы решения

В качестве объекта исследования выбрана алюмооксидная керамика, обладающая различной пористостью 17, 26 и 33 %. Используя снимки структуры этой керамики, полученные с помощью растрового электронного микроскопа, были построены двухмерные компьютерные геометрические модели структуры мезообъемов, учитывающие основные особенности строения и реологии ее микроструктуры [17]. В дальнейшем эти мезообъемы использовались для численного изучения механического поведения пористой керамики при растяжении. Пример геометрической модели структуры мезообъема представлен на рис. 1. Размер исследуемых сечений мезообъемов составлял порядка  $80 \times 80$  мкм<sup>2</sup>. Для каждого значения пористости было построено и проанализировано несколько компьютерных моделей мезообъемов на основе различных фотографий. Для каркаса (на рис. 1 отмечен белым цветом) были приняты физико-механические характеристики, соответствующие беспористому оксиду алюминия (плотность  $\rho = 3,98$  г/см<sup>3</sup>, модуль объемного сжатия  $K = 251$  ГПа, модуль сдвига  $G = 163$  ГПа), взятые из литературных источников [18]. В данной геометрической модели поры учитывались явно.

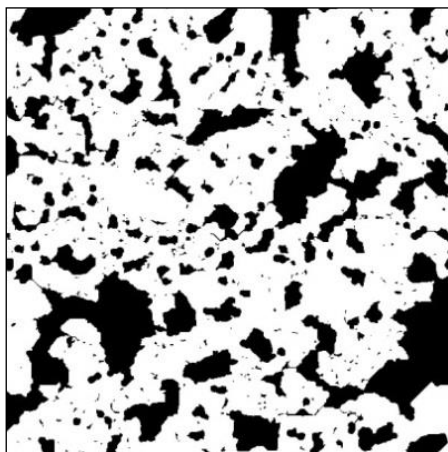


Рис. 1. Геометрическая модель структуры керамики с пористостью 33 %

Механическое поведение исследуемых мезообъемов пористой керамики описывалось системой уравнений механики деформируемого твердого тела с использованием модели изотропной упруго-хрупкой повреждаемой среды [19, 20]. Известно, что керамики, как и другие хрупкие материалы, по-разному сопротивляются сжатию и растяжению. С точки зрения теории напряжений, это означает различие в поведении материала при изменении вида напряженного состояния, который для изотропной среды можно описать первым и третьим инвариантами тензора напряжений (или давлением и параметром Лоде–Надаи). Для описания в модели этой особенности механического поведения кинетика накопления повреждений определялась через эквивалентные напряжения для модели Друкера–Прагера и параметр Лоде–Надаи. В этой модели накопленная поврежденность оказывает влияние на деградацию упругих модулей. Исследуемые мезообъемы были дискретизированы разностной сеткой. При моделировании деформирования пористых керамик учитывалась возможность локального разрушения в ячейке разностной сетки. В качестве локального критерия разрушения принималось условие, когда локальное значение поврежденности в ячейке разностной сетки становится равным единице. После этого расчет напряжений производился с учетом условий деформирования разрушенной ячейки разностной сетки. Если в ячейке разностной сетки

объемная деформация больше нуля (растяжение), то значения напряжений в ней считались равными нулю и материал в данной ячейке переставал сопротивляться растяжению. Когда объемная деформация в разрушенной ячейке разностной сетки меньше нуля (сжатие), то приращения напряжений в этой ячейке рассчитывались по гипотетическому закону с использованием текущего значения модуля упругости.

Численное решение дифференциальных уравнений выполнено с использованием конечно-разностного метода. Моделирование проводилось в двумерной постановке в условиях плоской деформации. Рассматривался случай одноосного растяжения вдоль горизонтальной оси ( $Ox$ ).

### 3. Результаты и их обсуждение

Для анализа результатов использовали усредненные диаграммы нагружения.

На рис. 2 представлены примеры усредненных по мезообъему кривых нагружения для исследуемых мезообъемов. Анализируя полученные диаграммы нагружения, были определены эффективные значения модуля Юнга и предела прочности исследуемой пористой керамики. Все диаграммы имеют падающую ветвь, характерную для стадии разрушения хрупких материалов.

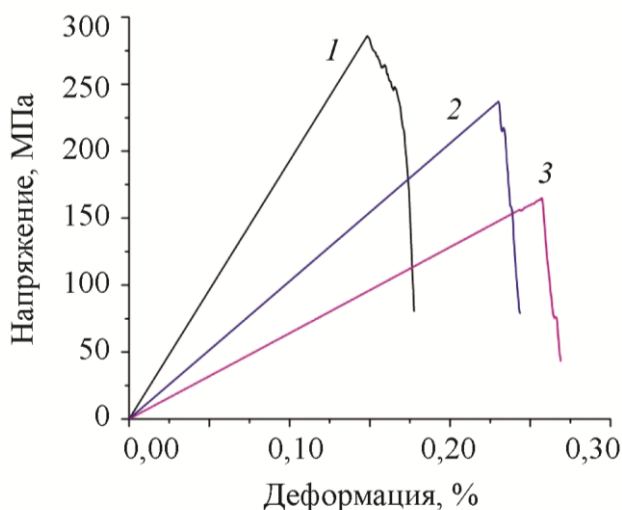


Рис. 2. Диаграммы нагружения мезообъемов керамики с различной объемной долей пор в условиях растяжения: 1 – 17 %; 2 – 26 %; 3 – 33 %

Можно отметить нелинейное возрастание модуля Юнга и предела прочности материала с уменьшением его пористости в (рис. 3). Здесь представлены данные экспериментов и расчетов для образцов корундовой керамики, а также их аппроксимации степенными и экспоненциальными зависимостями. Экспериментальные данные получены в результате испытаний образцов алюмооксидной керамики на трехточечный изгиб [17]. Значения модуля Юнга и предела прочности представлены нелинейными зависимостями от значения пористости.

На рис. 4 представлено сравнение полученных данных при численном моделировании с другими теоретическими моделями, рассмотренными в работах [5, 16], а также приведены экспериментальные значения модуля Юнга для пористой керамики. Авторы работы [16] привели ряд известных теоретических зависимостей модуля Юнга от объемной доли пор, параметры которых были определены для алюмооксидных керамик. Выполненные численные расчеты позволяют более точно определить эффективное значение модуля Юнга с погрешностью до 8 %, в то время как теоретические модели менее точно описывают экспериментальные данные и их погрешность составляет от 28 % и выше.

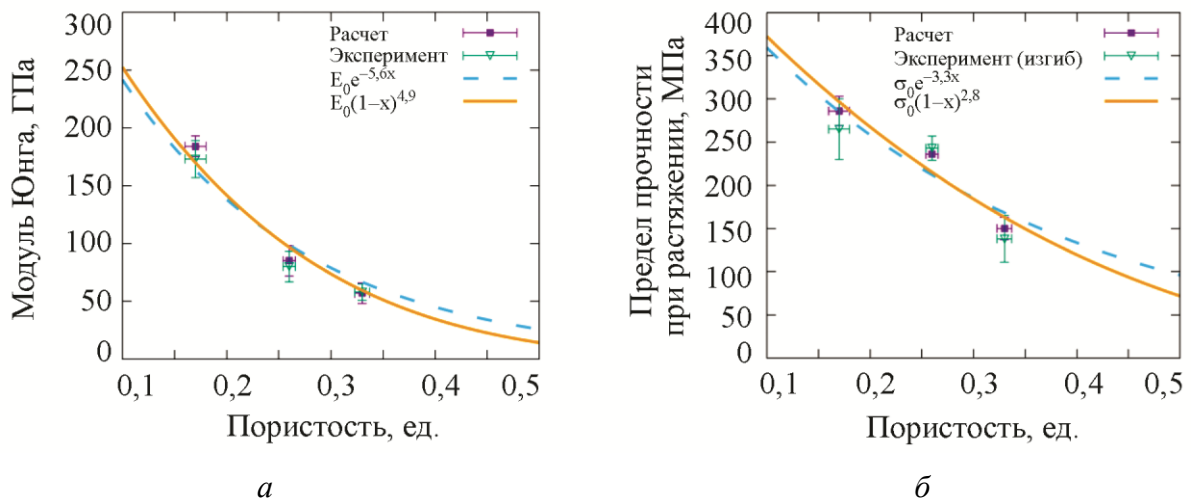


Рис. 3. Зависимости модуля Юнга (а) и предела прочности при растяжении (б) от объемной доли пор

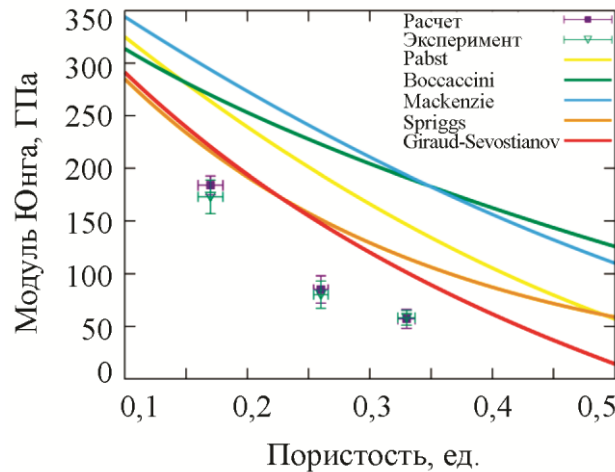


Рис. 4. Зависимости модуля Юнга от объемной доли пор: теоретические модели, экспериментальные и расчетные данные

Известно, что на зарождение и распространение трещин в материалах влияет неоднородность напряженного состояния, характерная для пористых материалов как для всех структурно-неоднородных сред. Для оценки неоднородного напряженного состояния в мезообъеме пористых керамик было проанализировано поле компоненты тензора напряжений вдоль оси нагружения ( $u_{xx}$ ), среднее значение которой представлено на диаграммах нагружения (рис. 2).

На рис. 5 представлен разброс локальных значений напряжений  $u_{xx}$  (рис. 5 з) и их относительных значений (рис. 5 а–в) в зависимости от относительной деформации мезообъема вдоль оси нагружения. Максимальные (кривая 1) и минимальные (кривая 2) значения локальных напряжений были определены на каждом этапе деформирования, для расчета относительных значений напряжений они были отнесены к средним значениям напряжений на соответствующем этапе деформирования. Хорошо выделяются участки упругого деформирования, распространения трещин и разрушения (рис. 5 а–в).

На упругом участке (до появления первой трещины в мезообъеме пористой керамики) напряжения на усредненной диаграмме нагружения растут (рис. 2), при этом значения максимальных локальных напряжений увеличиваются, а минимальных – уменьшаются (рис. 5 з),

но их отношения к средним значениям напряжений остаются неизменными. Соответственно на рис. 5 *а*, *б* и *в* на упругой стадии деформирования наблюдаются горизонтальные участки этих зависимостей. Заметим, что минимальные значения локальных напряжений являются отрицательными, это свидетельствует о том, что при растяжении мезообъема локально присутствуют области сжатия. На упругом участке рост растягивающих напряжений (положительных) проявляется сильнее, чем спад сжимающих напряжений (отрицательных) (рис. 5 *з*).

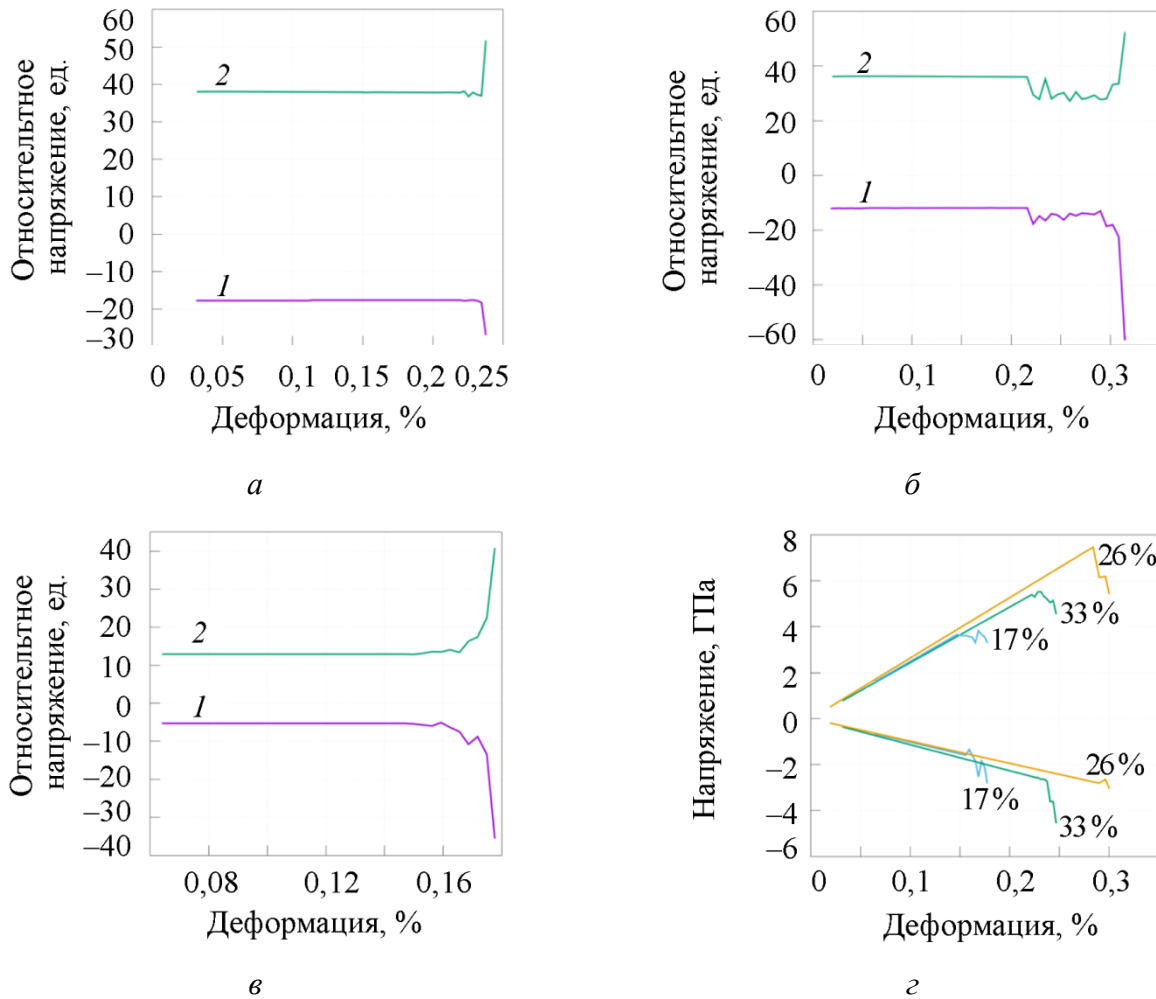


Рис. 5. Разброс относительных значений напряжений  $\sigma_{xx}$  в мезообъемах с пористостью: 33 % (*а*); 26 % (*б*); 17 % (*в*); разброс локальных значений напряжений  $\sigma_{xx}$  (*з*) в зависимости от относительной деформации мезообъемов с различной объемной долей пор. Максимальные (*1*) и минимальные (*2*) значения локальных напряжений

При зарождении первой трещины в мезообъеме на графиках, представленных на рис. 5, появляются осцилляции, причем в это время на усредненной диаграмме нагружения еще продолжается упругий участок линейного роста напряжений (рис. 2).

В мезообъемах с различным значением пористости зарождение трещин происходит при разных значениях относительных деформаций, отличается также разброс напряжений в конце упругой стадии (перед зарождением трещины). Так, для мезообъема с пористостью 17 % он составляет 5 ГПа, для пористости 26 % – 9 ГПа, для пористости 33 % – 8 ГПа. Явной зависимости величины разброса напряжений от значений пористости мезообъемов не отмечается.



На этапе распространения трещин разброс напряжений меняется: в относительных значениях он увеличивается (кривые расходятся на рис. 5 а, б, в), а для локальных значений компоненты тензора напряжений  $u_{xx}$  характерно уменьшение как максимальных, так и минимальных значений напряжений (рис. 5 г). На заключительном этапе деформирования наблюдается стремительное расхождение зависимостей для относительных максимальных и минимальных напряжений (рис. 5 а, б, в), это обусловлено тем, что средние значения напряжений на диаграмме нагружения падают (рис. 2). Для локальных значений напряжений также наблюдается спад максимальных и минимальных значений напряжений, но он не настолько ярко выражен по сравнению с относительными значениями напряжений.

#### 4. Заключение

Проведенные исследования показали, что применение комбинированного метода позволяет наиболее полно учесть и описать влияние поровой структуры керамики на упругие и прочностные характеристики, а также особенности ее механического поведения.

Исследование особенностей распределения напряжений в процессе деформирования и разрушения мезообъемов алюмооксидной керамики с пористостью от 17 до 33 % показало, что в керамическом каркасе наблюдаются как растягивающие, так и сжимающие напряжения. Величина разброса значений напряжений явно не зависит от объемной доли пор мезообъемов, а, вероятно, определяется их структурой (конфигурацией и морфологией пор) и перед началом формирования трещин в десятки раз превышает макроскопический предел прочности керамики при растяжении.

#### Благодарность

*Работа выполнена в рамках государственного задания Института физики прочности и материаловедения СО РАН, тема номер FWRW-2022-0003.*

#### Литература

1. Voigt W. Lehrbuch der Kristallphysik. – Berlin : Teubner, 1928. – 962 p.
2. Reuss A. Berechnung der fließgrenze von mischkristallen auf grund der plastizitätsbedingung für einkristalle // ZAMM – Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. – 1929. – Vol. 9 (1). – P. 49–58. – DOI: 10.1002/zamm.19290090104.
3. Hashin Z., Shtrikman S. A variational approach to the theory of the effective magnetic permeability of multiphase materials // Journal of Applied Physics. – 1962. – Vol. 33. – P. 3125. – DOI: 10.1063/1.1728579.
4. Maxwell J. C. A treatise on electricity and magnetism. – Oxford : Clarendon Press, 1873. – 577 p.
5. Sevostianov I., Giraud A. Generalization of Maxwell homogenization scheme for elastic material containing inhomogeneities of diverse shape // International Journal of Engineering Science. – 2013. – Vol. 64. – P. 23–36. – DOI: 10.1016/j.ijengsci.2012.12.004.
6. Combined effect of pores concavity and aspect ratio on the elastic properties of a porous material / F. Chen, I. Sevostianov, A. Giraud, D. Grgic // International Journal of Solids and Structures. – 2018. – Vol. 134. – P. 161–172. – DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2017.10.016.
7. On the bounds of applicability of two-step homogenization technique for porous materials / A. Trofimov, S. G. Abaimov, I. S. Akhatov, I. Sevostianov // International Journal of Engineering Science. – 2018. – Vol. 123. – P. 117–126. – DOI: 10.1016/j.ijengsci.2017.11.017.
8. Roberts A., Garboczi E. Elastic properties of model porous ceramics // Journal of the American Ceramic Society. – 2000. – Vol. 83, No. 12. – P. 3041–3048. – DOI: 10.1111/J.1151-2916.2000.TB01680.X.

9. Computational simulations for the assessment of the mechanical properties of glass with controlled porosity / V. Cannillo, C. Leonelli, T. Manfredini, M. Montorsi, A. R. Boccaccini // *Journal of Porous Materials*. – 2003. – Vol. 10. – P. 189–200. – DOI: 10.1023/A:1027490502044.
10. Sadowski T., Samborski S. Prediction of the mechanical behaviour of porous ceramics using mesomechanical modeling // *Computational Materials Science*. – 2003. – Vol. 28, iss 3–4. – P. 512–517. – DOI: 10.1016/j.commatsci.2003.08.008.
11. Pabst W., Gregorová E., Tichá G. Effective properties of suspensions, composites and porous materials // *Journal of the European Ceramic Society*. – 2007. – Vol. 27. – P. 479–482. – DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2006.04.169.
12. Pabst W., Gregorová E. Young's modulus of isotropic porous materials with spheroidal pores // *Journal of the European Ceramic Society*. – 2014. – Vol. 34 (13). – P. 3195–3207. – DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2014.04.009.
13. Knudsen F. P. Effect of Porosity on Young's Modulus of Alumina // *Journal of the European Ceramic Society*. – 1962. – Vol. 45, iss. 2. – P. 94–95. – DOI: 10.1111/j.1151-2916.1962.tb11089.x.
14. Dean E. A., Lopez J. A. Empirical Dependence of Elastic Moduli on Porosity for Ceramic Materials // *Journal of the European Ceramic Society*. – 1983. – Vol. 66, iss. 5. – P. 366–370. – DOI: 10.1111/j.1151-2916.1983.tb10051.x.
15. Munro R. G. Effective Medium Theory of the Porosity Dependence of Bulk Moduli // *Journal of the European Ceramic Society*. – 2001. – Vol. 84, iss. 5. – P. 1190–1192. – DOI: 10.1111/j.1151-2916.2001.tb00815.x.
16. The relation between porosity and elastic moduli of gelcast ceramic foams / J. A. Rodrigues, F. S. Ortega, A. E. M. Paiva, E. L. G. Villaboim, V. C. Pandolfelli // *Cerâmica*. – 2004. – Vol. 50. – P. 209–216. – DOI: 10.1590/S0366-69132004000300007.
17. Kulkov A. S., Smolin I. Yu., Mikushina V. A. Investigation of mechanical response of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> ceramic specimens to loading with consideration for their structural features // *AIP Conference Proceedings*. – 2018. – Vol. 2051. – P. 020162. – DOI: 10.1063/1.5083405.
18. Morrell R. *Handbook of properties of technical & engineering ceramics : part 2: Data reviews. – Section I : High-alumina ceramic.* – London : HMSO, 1987. – 255 p.
19. Зими́на В. А. Определение механических характеристик хрупких пористых материалов на основе численного моделирования: дис. ... канд. физ. - мат. наук: 1.1.8. – Томск, 2021. – 141 с.
20. Mikushina V. A., Smolin I. Yu. Numerical analysis of the stress state and fracture of porous ceramics at the mesolevel // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2019. – Vol. 1214. – P. 012016. – DOI: 10.1088/1742-6596/1214/1/012016.